別の言葉で表すと, 標本の数 n が大きいとき, $\bar{X}$ は μ に近い値をとる可能性が高いということになる. 式 (9.15) が成り立つとき, $\bar{X}$ は μ に**確率収束**するといい, $\operatorname*{plim}_{n\to\infty}\bar{X}=\mu$と書く. すでに気づいている読者もいるかもしれないが, p.156 の大数の法則を数式で表したのが式 (9.15) 式となる. しかし本書では, これ以上深入りはしない. また関連する問題を, 章末問題 **8.** においてあるので解いてみてほしい.

9.5 区間推定

これまでは"母平均 μ は □ □ だ"という形の推定法を紹介してきた. それに対して

$$\mu \text{ は ◯◯ より大きく, かつ △△ より小さい}$$

というように μ を区間で推定する方法がある. これは**区間推定**とよばれている手法である. これは数式で表すと ◯◯ $<\mu<$ △△ となるが, しばしば (◯◯, △△) という記号で省略して書く.

9.5.1 区間推定 (μ:未知, σ:既知, n が大きいとき)

定理 9.2 (区間推定)

$X_1,...,X_n$ は母平均 μ, 母標準偏差 σ の母集団からの大きさ n の無作為標本とする. n が大きなとき

$$P\left(\bar{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\fallingdotseq 0.95 \tag{9.16}$$

が成り立つ.

式 (9.16) を導出するために, 以下の予備知識[*9]を準備する.

♦ **予備知識** ♦ 確率変数 Z は標準正規分布 $N(0,1^2)$ に従うとき, $P(-1.96<Z<1.96)=0.95$.

[*9] 証明は問 7.7 の ②の解答を参照のこと.