

林業から住宅建築までを一元的に管理するシステムと環境保全*

前 田 拓 生

A System unifying the Managing Process from Forestry to Housing-building Industries, and Environmental Conservation

Maeda Takuo

1. はじめに

地球温暖化への経済的な対策を提案しているスターン（2006）によれば、今後対策を行わない（Business as Usual : BAU）場合、「大気中温室効果ガス濃度は今世紀末までに3倍以上になる可能性があり、今世紀末から数十年間に全球平均気温が5℃以上上昇するリスクは、少なくとも50%の確率となる」という。このように高い確率で地球環境が劇的に変化するのであれば、甚大な経済的コストがかかるとしてもそれが経済的に実行可能な水準であれば、温室効果ガス排出量の削減に取り組むべきであろう。そのための方策としてスターン（2006）では、以下の4つを挙げている¹。

- ・温室効果ガス排出量の大きな機器や、サービスの需要を抑制する。
- ・エネルギー効率を高め、エネルギーコスト抑制と排出量削減の両立を目指す。
- ・森林減少の防止など非エネルギー起源の排出対策の推進
- ・電力部門、熱供給部門、交通部門における低炭素技術への転換

ところで図1より、世界全体の温室効果ガス排出量のうち、3分の1は非エネルギー起源（Agriculture と Land use）によるものであり、中でも森林減少など「土地の変化」によるものは18%にのぼる。しかも、「もし適切な政策と制度的な仕組みが整備されるならば、これ以上の森林減少を抑制するという対策は、他の緩和策に比べて比較的安価に行える²」ことから、上記で挙げた方策のうち「森林減少の防止など非エネルギー起源の排出対策の推進」が経済的効率性からみて、かなり有効な手

* 本研究は（独）科学技術振興機構 社会技術研究開発事業「地域に根ざした脱温暖化・環境共生社会」研究開発領域 研究開発プロジェクト「快適な天然素材住宅の生活と脱温暖化を「森と街」の直接連携で実現する」での議論を基に前田がまとめたものである。本論に示されている内容は、すべて筆者個人に属し、筆者の所属する研究機関、研究会等の見解を示すものではない。あり得べき誤りはすべて筆者個人に属する。

1 スターン（2006）p.12引用。

2 スターン（2006）p.13引用。

段と考えることができよう。特に日本においては森林が国土の3分の2を占めていることから「森林減少の防止」は重要な課題である。加えて京都議定書との関係でいえば、森林減少の防止は当然として、森林吸収量を高めるためにも森林整備等の森林経営についての努力がさらに一層必要となっている³。

図1 2000年における温室効果ガス排出量（排出源別）⁴

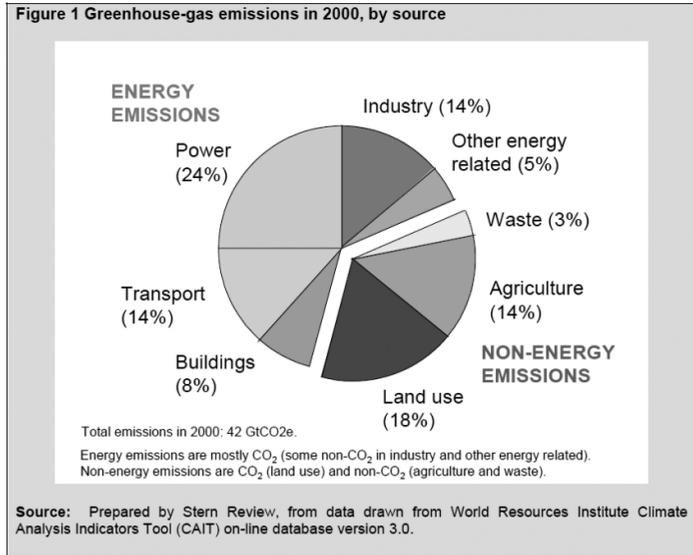
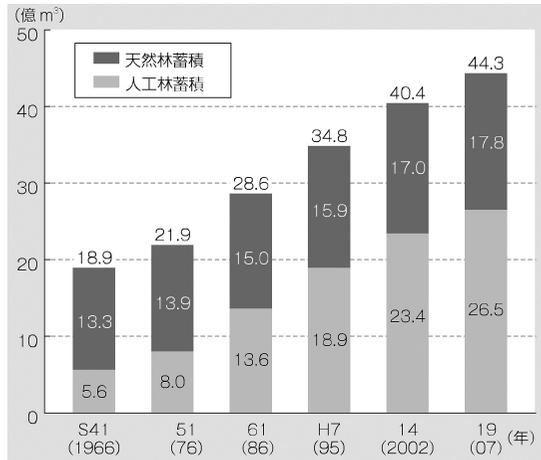


図2 森林資源量の推移⁵



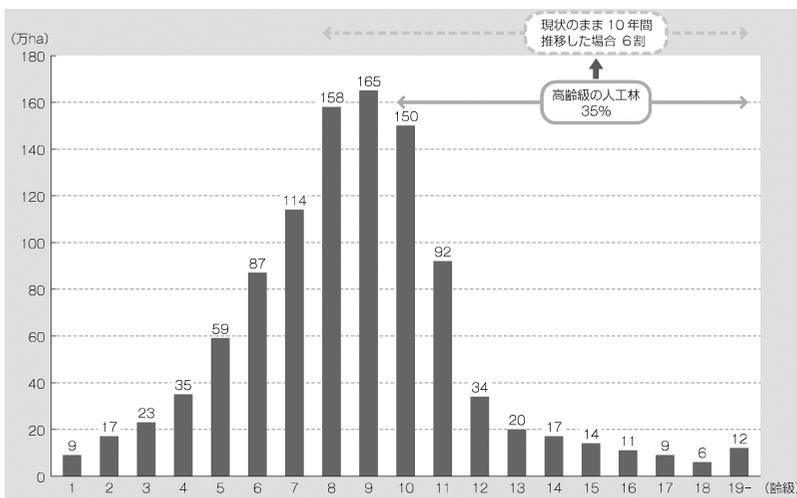
資料：林野庁業務資料
 注：各年とも3月31日現在の数値。

3 京都議定書のルールでは「自然の力により吸収された二酸化炭素は削減努力によるものではない」ことから、「1990年以降に人為的活動（新規植林、再植林、森林減少、森林経営）が行われた森林による吸収量だけが計上される」（永田（2008）p.71引用）。このようなルールの中、「1997年の京都議定書では、日本の2008～12年の温暖化ガス排出量を1990年比6%（約7000万トン）削減するという目標が設定されたが、6%のうち、6割強を占める最大3.8%分は森林吸収分」（古金（2010）p.29引用）となっている。ところが農林水産省（2002）より、「現状（平成14年）程度の水準で森林整備、木材供給、利用等が推移した場合、確保できる吸収量は3.9%を大幅に下回るおそれがある」（（ ）内は筆者加筆）。そのため日本政府としても農林水産省（2002）を策定し、その後、財政的な措置を整える等によって森林経営を推進させ、森林吸収量1300万炭素トン確保すべく、努力している。

4 スターン（2006）Figure 1（p.vi）転載。

5 林野庁（2011）図Ⅲ-4転載（p.56）

図3 人工林の齢級構成⁶



資料：林野庁業務資料

注：森林法第5条及び第7条の2に基づく森林計画の対象森林の面積（平成19（2007）年3月31日現在）。

日本の人工林は図2より、平成19年で約44億 m^3 の森林蓄積があり、「質的には充実している⁷」ものの、図3より、その多くは「いまだ間伐等の施業が必要な育成段階にある」。さらに「近年における林業生産活動の低迷により、若年林が非常に少ない状態」にあることから、林野庁では「間伐の共同実施や間伐の実施に必要な路網の整備、間伐材の公共事業への活用等による総合的な間伐対策を推進している」⁸。しかし、「間伐した材のうち、利用されている材積の割合は全体の約3割」⁹にとどまっているのが現状である。間伐等の森林整備により長期的には良い材が増加し、森林そのものの経済的価値が高まるとしても、現時点でさえ国産木材需要が芳しくない状況において将来的な不確実性を考慮すると、森林整備を積極的に行う主体は限定的である¹⁰。このように森林の二酸化炭素吸収能力を維持または向上させるために森林整備等が必要であることは確かであったとしても、そのコストを財政で賄うだけでは昨今の日本の財政状態、及び、政府債務残高を考慮すれば、持続可能なものではないことは明らかである。

その意味で森林整備を安定的に行うためには、財政だけに頼らない自立した森林整備システムの構築が求められる。

そこでここでは、森林整備を安定的に行うという観点から、製材用木材の8割が建築用の木材に

6 林野庁（2011）図Ⅲ-5 転載（p.56）

7 林野庁（2011）p.56引用。

8 林野庁（2011）p.57引用。なお、間伐とは「森林の有する多面的機能の発揮のため、成長の過程で過密になった森林の立木の一部を抜き伐りして、立木の密度を調整し、樹木の成長や下層植生の生育を図る作業」（同p.57）のことである。なお、間伐が人工林のバイオマス成長に及ぼす影響については細田・家原・松本・小谷（2005）を参照のこと。また、間伐施業による森林の二酸化炭素吸収に及ぼす効果については明石（2004）を参照のこと。

9 林野庁（2011）p.58引用。なお、利用されなかった間伐材の多くは林内に残置されたままとなっている。

10 国産木材の需要と供給のギャップについては前田（2011a）を参照。

使用される¹¹ことに着目し、木材流通に関わる川上（人工林）から川下（都市部）に至る流域圏全体の一元的な管理システム¹²を考え、そのシステムが機能した時に、住宅建築によって排出される二酸化炭素を考慮しても森林の二酸化炭素吸収量（つまり、森林の二酸化炭素純吸収量）が最大化される解経路について動学的分析するとともに、当該モデルにおいて解経路が存在するのであれば、その解経路が存在するための条件を考察する。

以下、本論文は次のような構成になっている。

「2.」では木材流通に関わる川上から川下に至る流域圏全体の自然環境保全を目指すとともに、当該森林管理によって住宅建築を考慮した森林の二酸化炭素純吸収量を最大化させるために必要となる最適な管理システムを動学的に検討するためのモデルを構築し、その定式化を行う。「3.」では森林の二酸化炭素純吸収量最大化の解経路を考察し、均衡するなら、その条件についても検討する。

2. 住宅建築を考慮した森林の二酸化炭素純吸収量最大化モデル

2.1 モデルの構造

藪田（2004）は山野河海等のコモンプール財を軸とする一つの流域圏¹³にある都市（人口集中地域）と農村地域を、エコツーリズムにより、流域圏全体の所得格差解消と自然環境保全を目指す最適な管理・運営政策の動学的な解経路を考察している¹⁴。本論文では藪田（2004）のモデルをベースにしつつも、エコツーリズムではなく、国産木材が住宅建築の派生需要である点に鑑み、国産木材多用型の住宅建築を拡大させることで、木材流通に関わる川上（人工林）から川下（都市部）に至る流域圏全体の自然環境保全（主に森林管理）を目指すとともに、当該森林管理によって住宅建築を考慮した森林の二酸化炭素純吸収量を最大化させるために必要となる最適な管理システムを動学的に検討することを目的とする。

11 農林水産省（1997）は以下のように、製材用木材の8割が建材用として使用されると推計している。（参考図表A）

製材用木材の用途（推定）

	総数				
	建築用	建築用			土木建築・梱包用
		住宅	その他の建築		
需要量(万m3)	5,038	4,040	3,567	473	998
構成比(%)	100	80	71	9	20

【出所】農林水産省「平成8年度 林業の動向に関する年次報告」

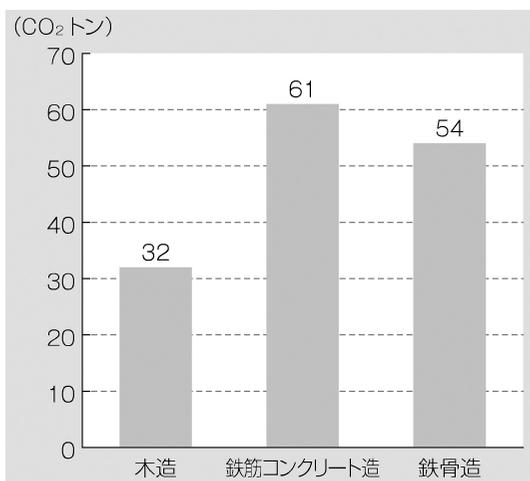
資料：林野庁「平成7年木材需給表」、農林水産省「平成6年木材需給報告書」、建設省「建設資材・労働力需給実態調査（平成5年）」、「建設着工統計調査（平成6年）」

12 このような木材流通に関わる川上（人工林）から川下（都市部）に至る流域圏全体の一元的な管理システムが必要である点については前田（2011b）を参照。

13 「流域圏」の概念及びその概念の進展については藪田（2004）pp.68～72を参照。

14 藪田（2004）pp.124～141。

図4 住宅1戸当たりの建築時の工法別二酸化炭素排出量¹⁵



資料：建築物総合環境性能評価システム（CASBEE）に基づく林野庁試算

注：住宅1戸当たりの床面積を120m²とした。

ここでまず、図4より、住宅1戸当たりの建築時の工法別二酸化炭素排出量においては、木造住宅が最も低いことがわかる。したがって、大気中温室効果ガス濃度を下げる観点から、住宅建築においてはできる限り木造建築を採用するという取り組みは評価できよう。また、当該住宅において国産（というよりもむしろ流域圏の川上に当たる地域の）木材を多用することにすれば、木材流通の問題¹⁶を捨象した場合、流域圏の川上に当たる地域の林業及び林産業の活性化にもつながり、人工林地域の雇用なども増加する。それが一過性のものでなく、持続可能な制度として機能するのであれば、当該地域において森林を維持管理しようとするインセンティブが生まれ、森林保全が進む。さらに森林の自然成長量が、宇沢・茂木（1994）¹⁷のように、その森林密度のみに依存するものと考えれば、住宅建築によって定期的に主伐が行われることで、森林密度は適度な水準に保たれ、森林の二酸化炭素吸収量も高い水準に維持させるものと想定できる。

このような認識の下、住宅建築によって排出される二酸化炭素を考慮した森林の二酸化炭素純吸収量（森林の二酸化炭素吸収量から住宅建築に伴う二酸化炭素排出量を控除したもの）を最大化するためのモデルを定式化する¹⁸。なおここでは、木材流通において中間マージンを搾取するような

15 林野庁（2011）図II-8転載（p.49）。

16 木材は住宅建築においての素材なので、住宅建築が増加すれば、その派生需要として木材需要が増加することが想定される。しかし、住宅建築と林業または林産業の間において中間マージンを搾取する主体が存在するため、住宅建築による派生需要としての木材需要は住宅建築が増加してもダイレクトには反映しない。この点に関しては前田（2011b）を参照。

17 宇沢・茂木（1994）pp87～91。但し、宇沢・茂木（2004）の対象はfree accessの漁業を対象にしているため、分析結果は大きく異なる。

18 本来、「木材は、光合成によって固定した炭素を木質繊維の形で貯蔵しており、木材を住宅や家具等に利用することは、木材中の炭素を長期間にわたって貯蔵することにつながる」（林野庁（2011）p.49引用）のであるが、当該モデルでは住宅の建築時に排出される二酸化炭素のみを取り扱い、生活することによって排出される二酸化炭素量や住宅に固定された二酸化炭素の蓄積効果などは考慮していない。この点に関しては将来の課題とし、引き続き研究を進めていく予定である。なお現在、人工林は手入れがされず過密状態になっている地域が多く存在し、それが問題になっている。そこで「住宅建築を活用して森林保全に役立てられるか」というのが本論文の課題なので、森林の自然成長量はそのピークを超えるほどに森林密度が高い状態にあることを前提として分析を行う。

主体を捨象するため、住宅建築と森林の状況を両睨みで管理・運営する主体（以下、「地域プランナー」という）が存在するものとする。したがって当該地域プランナーは、森林の二酸化炭素純吸収量を最大化させる動学的な解経路が存在するのであれば、その解経路に沿って、森林の管理状況をみながら、当該地域の木材生産及び住宅の建築戸数を適切に調整することになる。

2.2 モデルの定式化

上記の通り、森林の自然成長量 F がその森林密度 W のみに依存するものと考えれば、森林の自然成長量は $F(W)$ (≥ 0) となり、森林密度 W が自然成長量のピークを越えた状況における $F(W)$ の1階及び2階の微分係数の符号条件は以下ようになる。

$$\frac{\partial F}{\partial W} < 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial W^2} < 0 \quad \dots (1)$$

なお、森林の自然成長量 $F(W)$ は以下のように一般化することができる。

$$F(W) = f(W_0 - W) W \quad \dots (2)$$

次に、森林の二酸化炭素吸収量 A を考えてみよう。

ここで樹種別に二酸化炭素吸収量をみた場合、個別樹木の二酸化炭素吸収量は図5及び図6のように、どの樹種についても時間とともに増加するものの、増加幅は通減している。しかし、動学的にみた森林の二酸化炭素吸収量 A は、個別樹木の二酸化炭素吸収量による影響だけでなく、集合体としての森林の二酸化炭素吸収量を考える必要がある。ここで上述の通り、森林の自然成長量が森林密度に影響されるのであれば、森林密度が高い場合、樹木の葉からの二酸化炭素吸収は減少するはずなので、①森林の二酸化炭素吸収量 A は森林の自然成長量 $F(W)$ と同様に森林密度 W の関数となろう。したがって、この場合の森林の二酸化炭素吸収量 A の1階及び2階の微分係数の符号条件は(1)と同じになる。

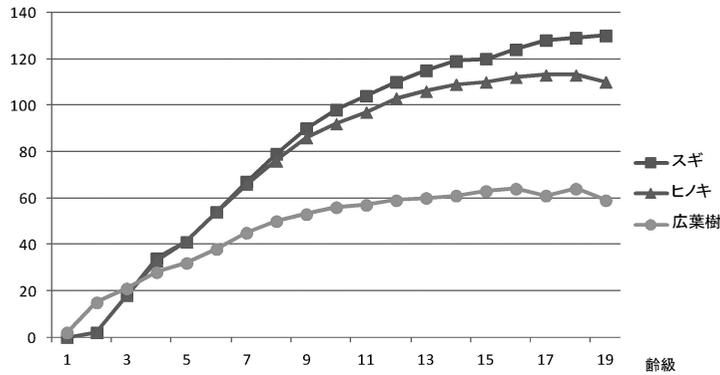
ところが、②森林の自然成長量 $F(W)$ がピークを越えるほどの高い森林密度 W であったとしても、しっかりと森林管理がされている場合、森林の二酸化炭素吸収量 A は森林密度の変化に関わらず増加（増加の変化は通減）することも考えられる¹⁹。

ここでは森林が地域プランナーにより適切に管理されるものと想定していることから、②のケースを仮定して分析を行うことにする（しかし、先取りして分析結果からいえば、②のケースは最適化の十分条件となり、①のケースでは最適化の解経路は存在しなくなる）。したがって、森林の二酸化炭素吸収量 A は森林密度 W の増加関数 ($A(W) \geq 0$) となり、 $A(W)$ の1階及び2階の微分係数の符号条件は以下ようになる。

$$\frac{\partial A}{\partial W} > 0, \quad \frac{\partial^2 A}{\partial W^2} < 0 \quad \dots (3)$$

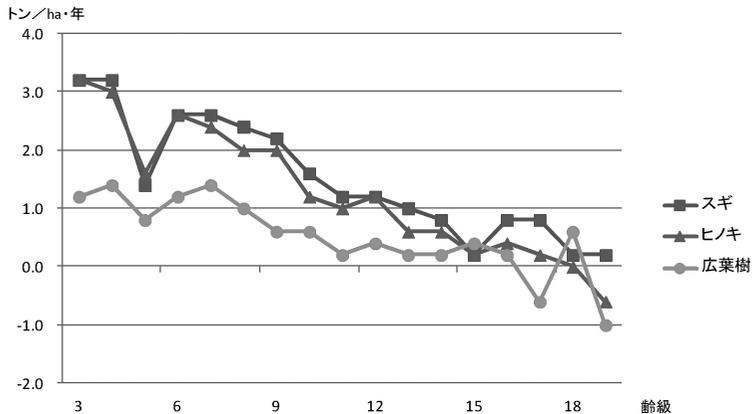
¹⁹ 当然、森林密度がある一定以上高くなれば、しっかりと森林管理されていたとしても森林の二酸化炭素吸収量が減少に転じることになろう。しかしここでは、森林の二酸化炭素吸収量が低下しない程度の森林密度を想定することにする。

図5 森林の林木が吸収する炭素の平均的な量



【出所】(独) 森林総合研究所「林木に蓄積される炭素量の算定」『森林による炭素吸収量をどのように捉えるか』を基に前田作成

図6 1年当たりの森林の林木による炭素吸収の平均的な量



【出所】(独) 森林総合研究所「林木に蓄積される炭素量の算定」『森林による炭素吸収量をどのように捉えるか』を基に前田作成

以上のような森林の二酸化炭素吸収量に対して、二酸化炭素排出量を考えてみよう。

ここでは住宅を建築することによって排出される二酸化炭素を考慮した森林の二酸化炭素純吸収量の最大化を問題にしているので、二酸化炭素排出量 E は住宅建築 C のみの（増加）関数とし、二酸化炭素排出量 E は住宅建築 C の増加に対して逡増すると考える。したがって、 $E(C) (\geq 0)$ と表すことができ、 $E(C)$ の1階及び2階の微分係数の符号条件は以下ようになる。

$$\frac{\partial E}{\partial C} > 0, \quad \frac{\partial^2 E}{\partial C^2} > 0 \quad \dots (4)$$

ところで、ここでは地域プランナーが森林の自然成長量や管理状況をみながら流域圏の川上に当たる地域の木材を多用して住宅を建設することを想定しているので、住宅建築 C は当該住宅の生

産要素として地域プランナーが管理し得る地域から産出される木材 x^{20} の増加関数となり、住宅建築 C は木材 x の増加に対して通減すると考えられる。したがって、住宅建築 C は $C(x) (\geq 0)$ と表すことができ、 $C(x)$ の1階及び2階の微分係数の符号条件は以下ようになる。

$$\frac{\partial C}{\partial x} > 0, \quad \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} < 0 \quad \dots (5)$$

なお、住宅購入者においては、生産された木材に比例する形で森林からの恩恵を享受していることから、森林の管理における社会的費用負担が発生しよう。その負担は、環境税であろうとなかろうと名称に関わらず²¹、森林の環境改善のための原資として拠出させるものとする。このような森林環境の改善効果を βx とした場合、森林の状態変化は以下ようになる。

$$\dot{W} = F(W) - \alpha C(x) + \beta x \quad \dots (6)$$

但し、 \dot{W} は森林の状態の時間変化 $\frac{dW}{dt}$ を、また、 α は住宅の当該流域圏の川下に当たる地域（つまり、都市）における当該住宅のシェアを示す。なお、 $\beta \geq 0$ とし、 α 及び β はともに外生的に決まる変数とする。

また、この地域における地域プランナーの目的関数は以下ようになる。

$$\max_x \rightarrow G = \int_0^{\infty} (A(W) - E(C)) e^{-\rho t} \quad \dots (7)$$

以上から、流域圏の川上に当たる地域の木材を多用して、住宅を建設することにより排出される二酸化炭素を考慮した、森林の二酸化炭素純吸収量の最大化問題は（8）式に集約される。

$$\begin{aligned} \max_x \rightarrow G &= \int_0^{\infty} (A(W) - E(C)) e^{-\rho t} \\ \text{subject to } \dot{W} &= F(W) - \alpha C(x) + \beta x \\ W(0) &= W_0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} W(t) > 0 \end{aligned} \quad \dots (8)$$

結局、当該地域の地域プランナーは、（8）において森林のストック制約を受けながら、そのフローとしての木材 x の利用量を每期最適に制御していくという最適制御行動を実行することが要求される。以下で（8）を解いていく。

3. 森林の二酸化炭素純吸収量最大化の解経路と均衡条件

3.1 最大化原理

（8）式より、経常値ハミルトニアン Hc は以下ようになる。

$$Hc = A(W) - E(C) + m \{F(W) - \alpha C(x) + \beta x\} \quad \dots (9)$$

20 ここでは木材流通において中間マージンを搾取するような主体を捨象していることから、地域プランナーが住宅建築の生産要素である木材の生産を管理するとともに、利用量も決定するものと仮定する。したがって、木材 x は生産量でもあり、住宅に使用される木材利用量でもある。

21 例えば、住宅購入者が自然環境保全に関心が高いことが条件となろうが、流域圏で生産された木材で建築した住宅であることを認証等の手段によって証明し、森林管理の観点より、使用されている木材量に応じて住宅購入者から一定割合の負担をしてもらう等が考えられる。

ここで、内点解の存在を仮定すれば、最大値原理は以下の条件を必要とする。

$$\frac{\partial H_c}{\partial x} = -\frac{\partial E(C)}{\partial x} + m\left(-\alpha\frac{\partial C}{\partial x} + \beta\right) = 0 \quad \dots (10)$$

したがって、 m は以下となる。

$$m = -\frac{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial C}{\partial x}}{\alpha\frac{\partial C}{\partial x} - \beta} \quad \dots (11)$$

なお、 $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ は以下のようになる。

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \cdot \beta}{\left(\alpha\frac{\partial C}{\partial x} - \beta\right)^2}$$

ここで (4) 式より $\frac{\partial E}{\partial C} > 0$ (5) 式より $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} < 0$ 、(6) 式より $\beta \geq 0$ なので、 $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} < 0$ である。

したがって、以上の条件より、 H_c を最大化し、内点解が存在することがわかる。

また (11) 式より、 m を時間で全微分すると以下のようになる。

$$\dot{m} = \frac{d}{dt} m = \dot{x} \cdot \frac{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \cdot \beta}{\left(\alpha\frac{\partial C}{\partial x} - \beta\right)^2} \quad \dots (12)$$

ところで、経常値乗数 m の運動方程式は以下のようになる。

$$\dot{m} = -\frac{\partial H_c}{\partial W} + \rho m = -\frac{\partial A}{\partial W} + m\left(\rho - \frac{\partial F}{\partial W}\right) \quad \dots (13)$$

したがって、(11)、(12)、(13) 式より \dot{x} は以下に集約される。

$$\dot{x} = -\frac{\alpha\frac{\partial C}{\partial x} - \beta}{\frac{\partial}{\partial x} \cdot \beta} \left[\frac{\alpha\frac{\partial C}{\partial x} - \beta}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial C}{\partial x}} \cdot \frac{\partial A}{\partial W} + \left(\rho - \frac{\partial F}{\partial W}\right) \right] \quad \dots (14)$$

他方、状態変数 W の運動方程式は、 H_c の第 2 式（つまり、制約条件）から容易に求められ、次のようになる。

$$\dot{W} = F(W) - \alpha C(x) + \beta x \quad \dots (15)$$

3.2 固有根による鞍点の検討

以上から、(14) 式と状態方程式 (15) 式の二つが、 (\dot{W}, \dot{x}) 平面における動学方程式を構成することがわかる。また、その体系の均衡点は、 $\dot{W} = \dot{x} = 0$ の時に与えられる。以下ではその均衡点が鞍点になるか否かを検討する。

まずヤコビアン行列をつくり、それを均衡点 $E = (W^*, x^*)$ で評価する。

$$J_E = \begin{vmatrix} \frac{\partial \dot{W}}{\partial W} & \frac{\partial \dot{W}}{\partial x} \\ \frac{\partial \dot{x}}{\partial W} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \end{vmatrix}_{(W^* x^*)} \quad \dots (16)$$

均衡点で評価した4つの偏微分は次のようになる。

$$\frac{\partial \dot{W}}{\partial W} \Big|_E = \frac{\partial F}{\partial W^*} < 0 \quad \dots (17)$$

$$\frac{\partial \dot{W}}{\partial x} \Big|_E = - \left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right) \quad \dots (18)$$

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial W} \Big|_E = - \frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right)^2}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^{*2}}} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x^{*2}} - \frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta}{\frac{\partial}{\partial x^*} \cdot \beta} (-1) \frac{\partial^2 F}{\partial x^{*2}} \quad \dots (19)$$

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial x^*} \Big|_E = - \left(\frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial C}{\partial x^*}} \cdot \frac{\partial A}{\partial W^*} + \left(\rho - \frac{\partial F}{\partial W^*} \right) \right) - \frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta}{\frac{\partial}{\partial x^*} - \beta} \cdot \frac{\partial A}{\partial W^*} \cdot \frac{\beta}{C(x^*)} \quad \dots (20)$$

ここで (17) 式より、 $\frac{\partial \dot{W}}{\partial W} \Big|_E$ は明確に負となる。

他方、(18) 式より、 $\frac{\partial \dot{W}}{\partial x} \Big|_E$ は $\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*}$ と β の関係で正負どちらも取り得る。しかし、(19) 式より、 $\frac{\partial^2 C}{\partial x^{*2}}$ 及び $\frac{\partial^2 A}{\partial x^{*2}}$ が負であることから第1項 $-\frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right)^2}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^{*2}}} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x^{*2}}$ は負となるものの、第2項

番目の分数の分子 $\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta$ が負であった場合、第2項 $-\frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta}{\frac{\partial}{\partial x^*} \cdot \beta} (-1) \frac{\partial^2 F}{\partial x^{*2}}$ は正となり、 $\frac{\partial \dot{x}}{\partial x^*} \Big|_E$

は安定しない。したがって、安定して均衡に向かうためには $\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta$ が正である必要がある。

そこで $\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right) > 0$ を仮定すれば、(18)、(19) 式より $\frac{\partial \dot{W}}{\partial x} \Big|_E$ 、 $\frac{\partial \dot{x}}{\partial W} \Big|_E$ ともに負と確定できる。

ところが (20) 式より、第2項 $-\frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta}{\frac{\partial}{\partial x^*} \cdot \beta} \cdot \frac{\partial A}{\partial W^*} \cdot \frac{\beta}{C(x^*)}$ は $\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right) > 0$ を仮定しても、 $\frac{\partial A}{\partial W^*}$

の符号により、 $\frac{\partial \dot{x}}{\partial x^*} \Big|_E$ は正負どちらも取り得る。とはいえ、第1項 $-\left(\frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial C}{\partial x^*}} \cdot \frac{\partial A}{\partial W^*} + \left(\rho - \frac{\partial F}{\partial W^*} \right) \right)$

において $\frac{\partial A}{\partial W^*}$ は正でないといふ () 内の符号が確定できない $\frac{\partial A}{\partial W^*}$ が正の場合、第1項は負と確定

できる) ことから、安定して均衡に向かうためには $\frac{\partial A}{\partial W^*} > 0$ である必要があり、これを仮定すれば $\frac{\partial \dot{x}}{\partial x^*} \Big|_E$ は負と確定できる。

以上をもとに、ヤコビアン行列式 D を計算する。

$$D = |J_E| = -\frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta}{\frac{\partial C}{\partial x^*}} \cdot \frac{\partial A}{\partial W^*} \cdot \left(\frac{1}{\frac{\partial E}{\partial C}} - 1 \right) \cdot \frac{\partial F}{\partial W^*} - \left(\rho - \frac{\partial F}{\partial W^*} \right) \cdot \frac{\partial F}{\partial W^*} \\ + \frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right)^3}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^{*2}}} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x^{*2}} - \frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right)^2}{\frac{\partial}{\partial x^*} \cdot \beta} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^{*2}} \quad \dots (21)$$

ここで (21) 式の第 2 項 $-\left(\rho - \frac{\partial F}{\partial W^*} \right) \cdot \frac{\partial F}{\partial W^*}$ から第 3 項 $+\frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right)^3}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^{*2}}} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x^{*2}}$ を引くと以下のようになる。

$$(21) \text{ 式第 2 項} - \text{第 3 項} = -\rho + \frac{d}{dW^*} \left(F \frac{\partial F}{\partial W^*} - \frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right)^3}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^{*2}}} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x^{*2}} \right) \quad \dots (22)$$

したがって、上述の分析より $\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right) > 0$ とすると、(22) 式は負と確定できる。

他方、(21) 式の第 1 項 $-\frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta}{\frac{\partial C}{\partial x^*}} \cdot \frac{\partial A}{\partial W^*} \cdot \left(\frac{1}{\frac{\partial E}{\partial C}} - 1 \right) \cdot \frac{\partial F}{\partial W^*}$ から第 4 項 $-\frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right)^2}{\frac{\partial}{\partial x^*} \cdot \beta} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^{*2}}$ を引くと以下のようになる。

$$(21) \text{ 式第 1 項} - \text{第 4 項} = \frac{d}{dW^*} \left(-\frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta}{\frac{\partial C}{\partial x^*}} \cdot \left(\frac{1}{\frac{\partial E}{\partial C}} - 1 \right) \cdot F \frac{\partial A}{\partial W^*} + \frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right)^2}{\frac{\partial}{\partial x^*} \cdot \beta} \cdot \frac{\partial F}{\partial W^*} \right) \quad \dots (23)$$

したがって、 $\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x^*} - \beta \right) > 0$ 、及び、 $\frac{\partial A}{\partial W^*} > 0$ を仮定すると、(23) 式は負と確定できる。

以上から、ヤコビアン行列式 D は負となる。これは鞍点が生じるための 2 つの固有根が異符号を持つことを意味するが、それは定常状態が局所的な鞍点になることを示している²²。

22 この動学経路に関する横断性条件は、まず、通常のハミルトニアン H とその随伴変数 λ に関して、 $t \rightarrow \infty$ の時、 $\lambda \rightarrow 0$ になることである。これは $\dot{\lambda} = -(\partial E / \partial C) / (\alpha \partial C / \partial x^* - \beta) e^{-(\rho t)}$ において、 $\frac{\partial E}{\partial C}$ 及び $\frac{\partial C}{\partial x^*}$ とともに、 $\frac{\partial E}{\partial C} \rightarrow \infty$ 、 $\frac{\partial C}{\partial x^*} \rightarrow \infty$ の時、 $x^* \rightarrow 0$ でなければならない。 x^* は $t \rightarrow \infty$ の時、ゼロに向かわないので、 $t \rightarrow \infty$ の時、 $-(\partial E / \partial C) / (\alpha \partial C / \partial x^* - \beta)$ は有限であり、 $\lambda \rightarrow 0$ になる。また、 H において、 $(A(W) - E(C))$ は $t \rightarrow \infty$ の時有限なので、 t が無限大になるにつれて、指数項 $(A(W) - E(C)) e^{-\rho t}$ はゼロに近づく。また、 $\dot{\lambda}$ は上述の通り、 t が無限大になるにつれてゼロに近づき、 $F(W) - \alpha C(x^*) + \beta x^*$ は \dot{W} を表すから、定常状態の定義よりゼロとなる。したがって、この動学経路に関する横断性条件は満たされる。

3.3 位相図分析

これまでの分析により、 $\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x} - \beta\right) > 0$ 、及び、 $\frac{\partial A}{\partial W^*} > 0$ である限り、当該体系における均衡点は鞍点になることから、安定した解経路が存在することがわかった。

ここで均衡点は $\dot{W} = \dot{x} = 0$ の時に与えられることから、以下の (24)、(25) 式を満たす $E = (W^*, x^*)$ となる。なお、以下で $F(W)$ は (2) 式より、 $F(W) = f(W_0 - W)W$ とする。

$$W^* = \frac{1}{2f} \cdot \frac{\partial A}{\partial W^*} \cdot \frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x} - \beta\right)^2}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \cdot \beta} - \frac{1}{2f} (\rho - fW_0) \quad \dots (24)$$

$$x^* = \frac{1}{\beta} (\alpha C - f(W_0 - W^*)W^*) \quad \dots (25)$$

次に $\dot{W} = 0$ 曲線、及び $\dot{x} = 0$ 曲線について考えてみよう。

$\dot{W} = 0$ 曲線は (15) 式において $C(x)$ が x に対して線形近似が可能なものとして描く²³。 $\dot{x} = 0$ 曲線は、 $x \rightarrow 0$ の時 $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \rightarrow \infty$ を仮定すれば、 $W \rightarrow W^{**} = \frac{W_0}{2} - \frac{\rho}{2f}$ となることから、 $x \rightarrow 0$ について漸近的に $(W^{**}, 0)$ に接近する形状になる。

また、流線の一般的方向を知るために、 \dot{W} を x で、また \dot{x} を W でそれぞれ偏微分すれば、以下のようになる。また、 $\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x} - \beta\right) > 0$ 、及び、 $\frac{\partial A}{\partial W^*} > 0$ を仮定するとそれぞれの符号も確定する。

$$\frac{\partial \dot{W}}{\partial x} = -\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x} - \beta\right) < 0 \quad \dots (26)$$

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial W} = -\frac{\left(\alpha \frac{\partial C}{\partial x} - \beta\right)^2}{\frac{\partial E}{\partial C} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x} - \frac{\alpha \frac{\partial C}{\partial x} - \beta}{\frac{\partial}{\partial x} \cdot \beta} (-1) \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} < 0 \quad \dots (27)$$

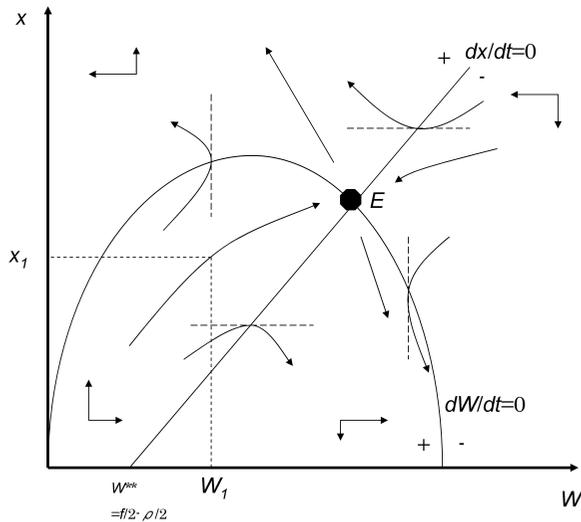
(26) 式より、 x が増加する（北上する）と、 \dot{W} は符号を (+, 0, -) と変える。したがって、 $\dot{W} = 0$ 線の下領域では、 W の方向線の矢印は東方向を、他方、上の領域では矢印が西方向を向かなければならない。同様に (27) 式より、 W が増加する（東方に移動する）と \dot{x} は符号を (+, 0, -) と変える。したがって、 x の方向線の矢印は $\dot{x} = 0$ 線の上方を、右側では下方を向く。このような矢印を持つ流線は点 $E (W^*, x^*)$ で鞍点均衡をもたらす (図7)。

図7より、流域圏の川上側の森林密度（例えば、 W_1 ）が与えられれば、地域プランナーは点 E に向かう安定的な支線に乗るために適切な木材生産量（例えば、 x_1 ）を選ばなければならない。そうでなければ、モデルは次のいずれかの状況に陥ってしまう。

²³ 本分析では地域プランナーが流域圏の木材を使用して住宅を建築することを想定しているので、 $C(x)$ が x に対して線形近似するものと仮定した。

(A) のケースとして、 x_1 よりも少ない木材生産量を選んでしまった場合、森林密度 W は一方的に高くなる一方、木材生産量は通減し、そのうち（つまり、 $\dot{x}=0$ を跨ぐと）木材生産量は減少し続ける（図7では当初北東方向に進むものの、 $\dot{x}=0$ を超えると一転し南東に向かって進んでいく）。次に (B) のケースとして、 x_1 よりも多い木材生産量を選んでしまった場合、森林密度 W は一方的に低くなる一方、木材生産量は通増し、そのうち（つまり、 $\dot{x}=0$ を跨ぐと）木材生産量は増加し続ける（図7では当初北東方向に進むものの、 $\dot{x}=0$ を超えると一転し北西に向かって進んでいく）。

図7 森林の二酸化炭素純吸収量モデルの位相図



ここで (A) のケースでは、森林保全効果もあり、動的な意味で森林の成長速度よりも低い木材生産量を選んだことから、森林の二酸化炭素吸収量が低下し、均衡経路に至らない状態に陥る。一方 (B) のケースでは、動的な意味で森林の成長速度よりも高い木材生産量を選んだことから、森林の自然成長が追い付かず、森林資源を枯渇させてしまう状態に陥ることを示している。

ところで、流域圏の川上側の森林密度が、均衡点水準である W^* よりも高い状態においては、木材生産はかなり（つまり、均衡点水準である x^* よりも）高めることが必要になる。森林密度が非常に高い状態において森林保全を少しでも怠れば、たちまち森林の二酸化炭素吸収が低下に転じ、均衡経路から外れることになる。他方、住宅建築を増加させ、木材生産を増やすことで二酸化炭素排出が増加しても、森林の二酸化炭素吸収は高水準であり、加えて森林密度の低下による森林の二酸化炭素吸収の減少は (3) 式より、限定的である。したがって、流域圏の川上側の森林密度が非常に高い状態である場合、地域プランナーは住宅建築を増加させ、多くの木材を生産することで森林密度を低下に導き、森林の二酸化炭素吸収が低下に転じることを防ぐことが必要となる。

なお (24) 式より、社会的割引率 ρ が大きいほど将来世代の厚生を軽視することになるため、

木材生産を過剰に行うことから森林密度は低下し、反対に ρ が小さいほど将来世代への配慮が大きく、森林密度が高い水準になることがわかる。

まとめ

本論文では、流域圏産の木材を多用した住宅の建築を通じて、木材流通に関わる川上から川下に至る流域圏全体の自然環境保全を目指すとともに、当該森林管理によって住宅建築を考慮した森林の二酸化炭素純吸収量を最大化させるために必要となる最適な管理システムを、動学的に検討し、その解経路の存在を考察した。

結論としては流域圏の自然環境を保全しつつ、住宅建築を考慮した森林の二酸化炭素純吸収量を最大化させるという最適な管理システムの動学的な解経路は存在する。したがって、地域プランナーが適切に流域圏全体を管理すれば、流域圏の森林資源、及び、森林の二酸化炭素純吸収量を最大化させることが可能である。しかしこの場合、 $(\alpha \frac{\partial C}{\partial x} - \beta) > 0$ 、及び、 $\frac{\partial A}{\partial W} > 0$ が条件となる。ここで前者は $\alpha \frac{\partial C}{\partial x} > \beta$ と書ける。これは流域圏産の木材生産の変化に対する住宅建築の影響 $\frac{\partial C}{\partial x}$ と川下地域（都市部）における住宅の地場産木材多用住宅のシェア α を掛け合わせたものが、外生的に与えられる森林保全効果よりも高くなければならないことを示している。つまり、森林保全は重要ではあるものの、住宅は地場産木材を多用し、そのシェアを高めることがより大切であることを示している。とはいえ、後者 $\frac{\partial A}{\partial W} > 0$ の条件から、森林の二酸化炭素吸収量が（森林密度の増加によって）低下することのないように十分に森林を管理していくことが同時に必要であることを示している。

ここからわかるように川上（人工林地帯）の森林管理状況と川下（都市部）の地場産木材多用住宅のシェアは一体としてプロデュースしなければ、自然環境保全と森林の二酸化炭素純吸収量における最適な管理システムの解経路は存在し得ない。また、外生的に与えられる森林保全効果 β についても、林業から住宅建築までを一元的に管理する中でシステムの組み込まなければ、最適な解経路から外れ、均衡に至らないことになる。つまり、ここでいう地域プランナーは、単に木材流通による搾取主体を省くことが目的の存在ではなく、川上（人工林地帯）の森林管理状況を踏まえつつ、川下（都市部）に森林管理の重要性を認識させ、森林資源を使用する対価として、住宅に使用されている木材量に応じて住宅購入者から森林管理のために一定程度負担してもらおうようなシステム（例えば、地場産木材多用住宅を認証するとともに、住宅購入者が負担した拠出金が如何に森林の保全に役立っているかを「見える化」する等）を構築することも任務として課せられることになる。

なお、本論文では「流域圏」という概念でモデルを作成したが、本モデルの含意は日本全体を流域圏と考え、人工林地帯と都市部における最適化に拡張することも可能である。そのようにみた場合、森林管理として補助金等によって間伐を行う等森林地帯のみを考慮したのでは $\alpha \frac{\partial C}{\partial x} > \beta$ が成

立せず、均衡経路から外れることになることとなる。したがって、住宅建築に国産木材使用率を高め、そのような住宅のシェアを高めることで国産木材の派生需要を高める政策こそ、今、求められているのではないだろうか。

（まえだ たくお・本学非常勤講師）

参考文献

- 明石信廣（2004）「森林の二酸化炭素吸収と間伐施業の効果」『光珠内季報 No.134』地方独立行政法人北海道立総合研究機構 林業試験場
- 宇沢弘文・茂木愛一郎（編）（1994）『社会的共通資本』東京大学出版
- 独立行政法人 森林総合研究所（2010）「林木に蓄積される炭素量の算定」『森林による炭素吸収量をどのように捉えるか』 <http://www.ffpri.affrc.go.jp/research/dept/22climate/kyuushuuryou/index.html>
- 永田 信（2008）「地球温暖化時代の森林政策」『学術の動向（特集2 ◆脱温暖化への森林木材の役割）』日本学術会議
- ニコラス・スターン（2006）“The Economics of Climate Change 気候変動の経済学” 企画・監修：環境省、駐日英国大使館、翻訳：（独）国立環境研究所 AIM開発チーム
- 農林水産省（1997）『平成8年度 林業の動向に関する年次報告』
- 農林水産省（2002）『地球温暖化防止森林吸収源10カ年対策』
- 古金義洋（2010）「CO²削減に向け森林管理の必要性高まる」『共済総研レポートNo.109』、農協共済総合研究所
- 細田和男・家原敏郎・松本光朗・小谷英司「間伐は人工林のバイオマス成長を促すのか？」『森林総合研究所 平成16年度 研究成果選集』森林総合研究所
- 前田拓生（2011a）「日本における木材の需給ギャップについての考察」高崎経済大学経済学会編『高崎経済大学論集』第54巻第1号
- 前田拓生（2011b）「社会的共通資本としての人工林と社会的企業の必要性」高崎経済大学経済学会編『高崎経済大学論集』第53巻第4号
- 藪田雅弘（2004）『コモンプールの公共政策』新評論
- 林野庁（2011）『平成22年度版 森林・林業白書』
- A.C.チャン（2006）『動学的最適化の基礎』（小田正雄・仙波憲一・高森寛・平澤典男訳）、シーエービー出版