高崎経済大学論集　第51巻　第４号　2009　101～110頁

〈研究ノート〉

クローズド・ループ・サプライ・チェーン・モデルの提案

石　川　弘　道

A Proposal of Closed-Loop Supply Chain Models.

Ishikawa Hiromichi

１．はじめに

日本情報経営学会第57回全国大会における報告「クローズド・ループ・サプライ・チェーンの最適化」[1]のコメンテータとして、若干の質問とコメントを行った。コメントの準備をするうちに、この研究報告のモデル（佐藤・開沼モデル）に対するいくつかの疑問点と、それらに対応する代替モデルの提案が可能であると考えた。

クローズド・ループ・サプライ・チェーン（CLSC：Closed-Loop Supply Chain）とは、部品の供給から生産・販売・消費に至るフォワード・ロジスティクスと使用済製品の回収から再生産に至るリバース・ロジスティクスからなる循環型サプライ・チェーンである。

ここで取り上げる CLSC は図１に示すように、部品メーカー・製品メーカー・小売店・消費者・回収業者からなり、部品メーカーは新部品と回収した使用済製品を分解した再利用部品の２種の部品生産を行っている。

なお、研究報告では製品メーカーと部品メーカーの間で、VMI（Vendor Managed Inventory：ベンダー在庫管理）を行うか否かによる CLSC の総コストの違いをシミュレーションにより分析・評価を行っているが、本稿では CLSC における受発注等の基本モデルの提案にとどめ、VMI のあり方とその効果に対するシミュレーション分析までは実施しない。

佐藤・開沼モデルに対し、本稿におけるモデル提案の基本的な考え方を示す。

⑴　消費者の需要モデルは変更しない。

⑵　小売店・製品メーカーの発注方式について、佐藤・開沼モデルは (s, S) 方式を採用している。これは、発注コストを抑えることを念頭においていると思われるが、在庫量は大きくなる。今日の情報システム環境下での発注状況を考慮すると、発注コストはそれほど大きくないため、

1　佐藤淳崇・開沼泰隆「クローズド・ループ・サプライ・チェーンの最適化」日本情報経営学会第57回全国大会予稿集、2008年10月、pp.169～172。

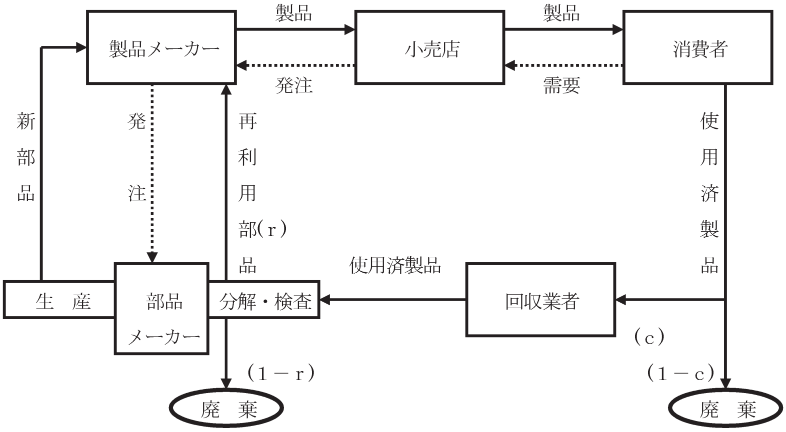

図１　CLSC モデル

（出典）佐藤淳崇・開沼泰隆「クローズド・ループ・サプライ・チェーンの最適化」日本情報経営学会第57回全国大会予稿集、2008年10月、図１を一部加筆修正。

在庫保管コストの圧縮を考えるべきであろう。よって、本稿では、(s, S) 方式に代えて定期発注方式を採用する。

(3)　各リードタイムは佐藤・開沼モデルのシミュレーション条件と同様の１期間とし、期末発注・期首入庫方式を前提とする。そのため、安全在庫は２期間の需要変動を考慮する必要がある。

(4)　在庫保管コストは、期間中の平均在庫量で計算する。

(5)　発注コストは、それぞれ毎期一定とする。

(6)　使用済製品の回収について、製品購入後、各期一定の割合で使用済となるものとする。

以上を基本とし、これに対応する各種モデルを提案する。

２．提案モデル

2.1　消費者需要

消費者の需要分布は AR(1) 過程に従うものとする。

$$D(t) = d + \rho D(t-1) + \varepsilon(t) \qquad (1)$$

ただし、D(t)：t 期の消費者需要量

d：定数項

ρ：自己相関係数

$\varepsilon(t)$：誤差項　　$\varepsilon(t) \sim N(0, \sigma^2)$

ここで、

$$D(t)=d(1+\rho+\rho^2+\cdots+\rho^n)+\rho^{n+1}D(t-n-1)$$
$$+\varepsilon(t)+\rho\varepsilon(t-1)+\rho^2\varepsilon(t-2)+\cdots+\rho^n\varepsilon(t-n) \quad (2)$$

であるから、

$|\rho|<1$ のとき、$n\to\infty$ とすると、需要量 $D(t)$ の期待値と分散は以下のようになる。

$$E[D(t)]=d/(1-\rho) \quad (3)$$

$$V[D(t)]=\sigma^2/(1-\rho^2)=\sigma^2/(1-\rho)(1+\rho) \quad (4)$$

また、$r[D(t), D(t-1)]=\rho$ より、共分散は、

$$Cov[D(t), D(t-1)]=\sigma^2\rho/(1-\rho^2)=\sigma^2\rho/(1-\rho)(1+\rho) \quad (5)$$

となる。

2.2　小売店

小売店から製品メーカーへの製品の発注量は、以下のように決定する。

$$O_R(t:t+2)=D^*(t:t+2)+D^*(t:t+1)$$
$$-O_R(t-1:t+1)-I_R(t)+SI_R$$
$$=2D^*(t)-O_R(t-1:t+1)-I_R(t)+SI_R \quad (6)$$

ただし、$O_R(t:t+2)$：t 期末に発注し、$(t+2)$ 期首に入庫する製品の発注量

$D^*(t:t+2)$：t 期末時点における $(t+2)$ 期の需要予測量

[ここでは、$D^*(t)=D^*(t:t+2)=D^*(t:t+1)$ とする]

$I_R(t)$：t 期末の製品在庫量

SI_R：製品の安全在庫量

ここで、需要予測量 $D^*(t)$ に単純指数平滑法を用いると、

$$D^*(t)=\alpha D(t)+(1-\alpha)D^*(t-1)$$
$$=\alpha\{D(t)+(1-\alpha)D(t-1)+(1-\alpha)^2D(t-2)+\cdots\} \quad (7)$$

ただし、$0\leqq\alpha\leqq1$

となる。また、需要予測量 $D^*(t)$ の期待値と分散は、

$$E[D^*(t)]=\alpha\{1+(1-\alpha)+(1-\alpha)^2+(1-\alpha)^3+\cdots\}[d/(1-\rho)]$$
$$=d/(1-\rho) \quad (8)$$

$$V[D^*(t)]=\sigma^2\alpha(1+\rho-\alpha\rho)/[(1-\rho)(1+\rho)(2-\alpha)(1-\rho+\alpha\rho)] \quad (9)$$

であり、$\alpha=0$ の時は $V[D^*(t)]=0$ であり、$\alpha=1$の時は $V[D^*(t)]=V[D(t)]$となり、需要予測量 $D^*(t)$ の分散は、実需要量 $D(t)$ の分散よりも小さくなる。

製品在庫に関しては期首に製品が入庫し、期間中に需要 $D(t)$ が発生するので、

t 期首在庫　$I_R(t-1)+O_R(t-2:t)$　(10)

t 期末在庫　$I_R(t-1)+O_R(t-2:t)-D(t)=I_R(t)$　(11)

であり、安全在庫は 2 期間の需要変動を考慮するため、

$$SI_R = k\{V[D(t+1)+D(t+2)]\}^{1/2} \tag{12}$$

とする。この値の理論値は、

$$SI_R = k\sigma[2/(1-\rho)]^{1/2} \tag{13}$$

である。ただし、k は安全係数である。

期末在庫量は安全在庫量となるのが理想であるから、

$$E[I_R(t)] = SI_R = k\sigma[2/(1-\rho)]^{1/2} \tag{14}$$

よって、期待期首在庫量は、

$$\begin{aligned} E[I_R(t-1)+O_R(t-2:t)] &= SI_R + E[D(t)] \\ &= k\sigma[2/(1-\rho)]^{1/2} + d/(1-\rho) \end{aligned} \tag{15}$$

となる。

以上のことから、発注量 $O_R(t:t+2)$ の期待値と分散は、

$$E[O_R(t:t+2)] = d/(1-\rho) \tag{16}$$

$$\begin{aligned} V[O_R(t:t+2)] &= V[2D^*(t)] \\ &= \sigma^2\{2\alpha(1+\rho-\alpha\rho)/[(1-\rho)(1+\rho)(2-\alpha)(1-\rho+\alpha\rho)]\} \end{aligned} \tag{17}$$

となる。

製品の在庫保管コストと発注コストの和は、以下となる。

$$\begin{aligned} C_R(t) &= h_R[I_R(t-1)+O_R(t-2:t)+I_R(t)]/2 + ord_R \\ &= h_R[I_R(t-1)+O_R(t-2:t)-D(t)/2] + ord_R \end{aligned} \tag{18}$$

ただし、h_R：単位当り製品在庫保管コスト

ord_R：製品発注コスト

その期待値は、

$$E[C_R(t)] = h_R\{k\sigma[2/(1-\rho)]^{1/2} + d/2(1-\rho)\} + ord_R \tag{19}$$

となる。

2.3　製品メーカー

製品メーカーから部品メーカーへの部品の発注量は、以下のように決定する。ここでは、t 期末に部品を発注する直前、小売店からの受注量 $O_R(t:t+2)$ が得られ、(t+1) 期の製品の生産量は正確に決定できるものとする。

$$\begin{aligned} O_M(t:t+2) &= M_M^*(t+2) + M_M(t+1) - O_M(t-1:t+1) - I_M(t) + SI_M \\ &= O_R^*(t:t+3) + O_R(t:t+2) \\ &\qquad - O_M(t-1:t+1) - I_M(t) + SI_M \end{aligned} \tag{20}$$

ただし、$O_M(t:t+2)$：t 期末に発注し、(t+2) 期首に入庫する部品の発注量

：この部品で (t+2) 期に製品を生産し (t+3) 期首に小売店に出庫

$M_M^*(t+2)$：(t+2) 期の製品の生産計画量

$M_M(t+1)$：$(t+1)$ 期の製品の生産量

$O_R^*(t:t+3)$：$(t+3)$ 期に小売店に納入すべき製品の t 期における受注予測量

$I_M(t)$：t 期末の部品在庫量

SI_M：部品の安全在庫量

ここで、製品受注予測量 $O_R^*(t:t+3)$ を単純指数平滑法で求めると、

$$O_R^*(t:t+3) = \beta O_R(t:t+2) + (1-\beta)O_R^*(t-1:t+2)$$
$$= \beta\{O_R(t:t+2) + (1-\beta)O_R(t-1:t+1) + (1-\beta)^2 O_R(t-2:t) + \cdots\} \quad (21)$$

となる。このことから単純化し、各期の受注予測量が独立であると仮定すれば、

$$E[O_R^*(t:t+3)] = E[O_R(t:t+2)] = d/(1-\rho) \quad (22)$$

$$V[O_R^*(t:t+3)] = [\beta/(2-\beta)]\, V[O_R(t:t+2)]$$
$$= \sigma^2\{2\alpha\beta(1+\rho-\alpha\rho)/[(1-\rho)(1+\rho)(2-\alpha)(2-\beta)(1-\rho+\alpha\rho)]\} \quad (23)$$

ただし、$0 \leqq \beta \leqq 1$

となる。また、

$$E[O_M(t:t+2)] = E[O_R^*(t:t+3)] \quad (24)$$

$$V[O_M(t:t+2)] = V[O_R^*(t:t+3)] \quad (25)$$

と考えることもできる。

部品在庫に関しては期首に部品が入庫し、期間中に $(t+1)$ 期首に納入する製品を生産するため、

t 期首在庫　$I_M(t-1) + O_M(t-2:t)$ (26)

t 期末在庫　$I_M(t-1) + O_M(t-2:t) - O_R(t-1:t+1) = I_M(t)$ (27)

で、安全在庫は受注予測 $O_R^*(t:t+3)$ の変動と $O_R(t:t+2)$ と $O_M(t-1:t+1)$ の差の変動を考慮するため、

$$SI_M = k\{V[O_R^*(t-1:t+2) + O_R^*(t:t+3)]\}^{1/2} \quad (28)$$

とする。よって、期待される理論値は、

$$SI_M = k\{V[2O_R^*(t:t+3)]\}^{1/2}$$
$$= k\sigma\{2\alpha\beta(1+\rho-\alpha\rho)/[(1-\rho)(1+\rho)(2-\alpha)(2-\beta)(1-\rho+\alpha\rho)]\}^{1/2} \quad (29)$$

となる。

部品の在庫保管コストと発注コストの和は、以下となる。

$$C_M(t) = h_M\{[I_M(t-1) + O_M(t-2:t) + I_M(t)]/2\} + ord_M \quad (30)$$

ただし、h_M：単位当り部品在庫保管コスト

ord_M：部品発注コスト

その期待値は、

$$E[C_M(t)] = h_M[k\sigma\{2\alpha\beta(1+\rho-\alpha\rho)/[(1-\rho)(1+\rho)(2-\alpha)(2-\beta)(1-\rho+\alpha\rho)]\}^{1/2} + d/2(1-\rho)] + ord_M \quad (31)$$

となる。

2.4　回収業者

使用済製品は使用経過年数毎に一定の割合で発生し、一定の回収率で回収されるものとすると、回収量は次のようになる。

$$m(t) = cY(t) = (c/N) \sum_{i=1}^{N} D(t-i) \tag{32}$$

ただし、$m(t)$：t期における使用済製品の回収量

c：回収率

$Y(t)$：t期に使用済となる製品量

N：最大使用期間

回収使用済製品は、次期首に全て部品メーカーに納入されるものとする。よって、回収使用済製品の在庫保管コストと回収コストは、

$$C_C(t) = h_C\,[(c/2N) \sum_{i=1}^{N} D(t-i)] + col\cdot(c/N) \sum_{i=1}^{N} D(t-i)$$

$$= (c/N) \sum_{i=1}^{N} D(t-i)[h_C/2 + col] \tag{33}$$

ただし、h_C：単位当り回収使用済製品在庫保管コスト

col：単位当り回収コスト

2.5　部品メーカー

部品メーカーの部品生産には、回収使用済製品を分解・検査し再利用部品の生産をする方法と新部品を生産する方法がある。部品の販売価格は、再利用部品（P_U）、新部品（P_N）であり、

$$P_U < P_N \tag{34}$$

の関係から、再利用部品が優先的に生産・出荷されるものとする。なお、単位当り生産コストは再利用部品（C_U）、新部品（C_N）であり、

$$C_U = [ove\cdot m(t) + dis\cdot(1-r)\,m(t)]/m(t)$$

$$= ove + dis\cdot(1-r) \tag{35}$$

ただし、ove：単位当り分解・検査コスト

dis：単位当り廃棄コスト

r：再生産率

であり、

$$(P_U - C_U) \leqq (P_N - C_N) \tag{36}$$

であると仮定する。

＜分解・検査工程＞

搬入された回収使用済製品は全て再利用部品の生産のために分解・検査工程にまわされるものとする。よって、t 期の再利用部品の生産量 R(t) は、

$$R(t)=rm(t-1)=(rc/N)\sum_{i=1}^{N} D(t-1-i) \quad (37)$$

となり、$O_M(t-1:t+1)$ に対応する (t + 1) 期首の再利用部品供給可能量 Q(t + 1) は、

$$Q(t+1)=I_U(t)=I_U(t-1)-O_M(t-2:t)+R(t) \quad (38)$$

である。このことから、(t + 1) 期首の再利用部品納入量 U(t + 1) は、

$$U(t+1)=\min\{[I_U(t-1)-O_M(t-2:t)+R(t)], O_M(t-1:t+1)\} \quad (39)$$

となる。

ただし、$I_U(t-1)$: (t − 1) 期末の再利用部品の在庫量

＜新部品生産工程＞

t 期における新部品の生産量 n(t)、すなわち (t + 1) 期首の新部品供給量 N(t + 1) は、

$$\begin{aligned} N(t+1) &= n(t) \\ &= \max\{[O_M(t-1:t+1)-I_U(t-1)+O_M(t-2:t)-R(t)], 0\} \quad (40) \end{aligned}$$

となる。

コストに関しては、新部品の生産を行うか否かで異なる。

＜新部品の生産がある場合＞

$O_M(t-1:t+1)>[I_U(t-1)-O_M(t-2:t)+R(t)]$ の場合には、新部品を生産する。このときのコスト $C_P(t)$ は、分解・検査コスト $C_r(t)$、新部品生産コスト $C_n(t)$、部品在庫保管コスト $C_I(t)$ 及び回収使用済製品の在庫保管コスト $C_U(t)$ の和となる。

$$\begin{aligned} C_r(t) &= C_U R(t)=[ove+dis\cdot(1-r)]\,R(t) \\ &= [ove+dis\cdot(1-r)]\,(rc/N)\sum_{i=1}^{N} D(t-1-i) \quad (41) \end{aligned}$$

$$C_n(t)=C_N[O_M(t-1:t+1)-I_U(t-1)+O_M(t-2:t)-R(t)] \quad (42)$$

$$\begin{aligned} C_I(t) &= h_P\{I_U(t-1)-O_M(t-2:t)+[R(t)+n(t)]/2\} \\ &= h_P[I_U(t-1)-O_M(t-2:t)+O_M(t-1:t+1)]/2 \quad (43) \end{aligned}$$

$$C_U(t)=h_U[m(t-1)/2] \quad (44)$$

$$C_P(t)=C_r(t)+C_n(t)+C_I(t)+C_U(t) \quad (45)$$

ただし、h_P：単位当り部品在庫保管コスト

h_U：単位当り回収使用済製品在庫保管コスト

この時、

t 期首在庫　$I_U(t-1)-O_M(t-2:t)$ (46)

t 期末在庫　$I_U(t)=I_U(t-1)-O_M(t-2:t)+R(t)+n(t)$

$$= O_M(t-1:t+1) \tag{47}$$

である。

＜新部品の生産がない場合＞

$O_M(t-1:t+1) \leqq [I_U(t-1) - O_M(t-2:t) + R(t)]$ の場合には、新部品は生産しない。このときのコスト$C_P(t)$ は、

$$C_r(t) = C_U R(t) = [ove + dis \cdot (1-r)]\ R(t)$$

$$= [ove + dis \cdot (1-r)]\ (rc/N) \sum_{i=1}^{N} D(t-1-i) \tag{48}$$

$$C_n(t) = 0 \tag{49}$$

$$C_I(t) = h_P \{I_U(t-1) - O_M(t-2:t) + R(t)/2\} \tag{50}$$

$$C_U(t) = h_U [m(t-1)/2] \tag{51}$$

$$C_P(t) = C_r(t) + C_n(t) + C_I(t) + C_U(t) \tag{52}$$

2.6　CLSC の総コスト

t 期における小売業、製品メーカー、回収業者、部品メーカーのコストの総和を CLSC の総コスト $C_{CLSC}(t)$とすると、

$$C_{CLSC}(t) = C_R(t) + C_M(t) + C_C(t) + C_P(t) \tag{53}$$

となる。

3. おわりに

佐藤・開沼モデルが発注に (s, S) 方式を用いているのに対し、本稿では定期発注方式を提案した。その理由は、期末在庫が発注点を割り込んだ時のみ、発注点 (s) よりも大きな補充点 (S) まで在庫量を補充する方式は、発注回数の削減には繋がるが、在庫量は増加する。今日の情報システム化の現状を見れば、発注コストはそれほど大きなものではなく、在庫保管コストの削減効果に期待が集まると判断し、期待値で考えれば発注点までの在庫補充となる定期発注方式に注目した。

VMI に関しては、本稿では配慮をしていない。しかし、発注量を決定する際に指数平滑法により予測を行っており、佐藤・開沼モデルの VMI が製品メーカーの部品発注に指数平滑法を導入している点を考えると、同レベルの配慮はなされているものと考えてよいであろう。しかし、サプライ・チェーンが情報共有によるトータル・システムの最適化を目指すものであるとするならば、単なる指数平滑法の導入でVMIが実行されたとすることはできないであろう。

本稿はモデルの提案であり、一部ではあるが期待値と分散を求めたが、シミュレーション等により動的な発注変動や在庫変動の考察が必要であろう。さらに、消費者の需要分布をAR(1)過程としているが、現実的であるかどうかの検討も必要である。加えて、生産量の上限等、現実に起こりう

る諸条件がカットされたモデルであり、実用化には検討すべき課題が多い。

情報システム化の進展と資源・環境問題の克服を考える時、クローズド・ループ・サプライ・チェーンの構築と運用には、大きな期待が寄せられる。これまでは情報共有という視点から、情報システムのあり方を中心に研究を進めてきたが、今後は情報活用の視点から、本稿で検討したようなモデルの構築にも関心を示して行きたい。その場合、生産管理の研究領域における多段工程への生産指示などの研究成果を丹念に検討する必要がある。本稿は、学会におけるコメンテータという時間的制約の下でスタートし、短期間に検討を進めた関係から、先行研究の検討を十分に行わないままに研究ノートとしてまとめたものである。

（いしかわ　ひろみち・本学経済学部教授）

補足　（9）式について

$$
\begin{aligned}
V[D^*(t)] = {} & \alpha^2 \{V[D(t)] + (1-\alpha)^2 V[D(t-1)] + (1-\alpha)^4 V[D(t-2)] + \cdots\} \\
& + 2\alpha^2 (1-\alpha) \{\mathrm{Cov}[D(t), D(t-1)] + (1-\alpha)^2 \mathrm{Cov}[D(t-1), D(t-2)] \\
& \qquad + (1-\alpha)^4 \mathrm{Cov}[D(t-2), D(t-3)] + \cdots\} \\
& + 2\alpha^2 (1-\alpha)^2 \{\mathrm{Cov}[D(t), D(t-2)] + (1-\alpha)^2 \mathrm{Cov}[D(t-1), D(t-3)] \\
& \qquad + (1-\alpha)^4 \mathrm{Cov}[D(t-2), D(t-4)] + \cdots\} \\
& + 2\alpha^2 (1-\alpha)^3 \{\mathrm{Cov}[D(t), D(t-3)] + (1-\alpha)^2 \mathrm{Cov}[D(t-1), D(t-4)] \\
& \qquad + (1-\alpha)^4 \mathrm{Cov}[D(t-2), D(t-5)] + \cdots\} \\
& + \cdots \\
= {} & \alpha^2 [1 + (1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^4 + (1-\alpha)^6 + \cdots] [\sigma^2/(1-\rho)(1+\rho)] \\
& + 2\alpha^2 (1-\alpha) [1 + (1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^4 + (1-\alpha)^6 + \cdots] [\rho\sigma^2/(1-\rho)(1+\rho)] \\
& + 2\alpha^2 (1-\alpha)^2 [1 + (1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^4 + (1-\alpha)^6 + \cdots] [\rho^2\sigma^2/(1-\rho)(1+\rho)] \\
& + 2\alpha^2 (1-\alpha)^3 [1 + (1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^4 + (1-\alpha)^6 + \cdots] [\rho^3\sigma^2/(1-\rho)(1+\rho)] \\
& + \cdots \\
= {} & \sigma^2\alpha(1+\rho-\alpha\rho) / [(1-\rho)(1+\rho)(2-\alpha)(1-\rho+\alpha\rho)]
\end{aligned}
$$

補足　（12）～（13）式について

$$
\begin{aligned}
V[D(t+1) + D(t+2)] &= V[D(t+1)] + V[D(t+2)] + 2\mathrm{Cov}[D(t+1), D(t+2)] \\
&= \sigma^2/(1-\rho^2) + \sigma^2/(1-\rho^2) + 2\sigma^2\rho/(1-\rho^2) \\
&= 2\sigma^2(1+\rho)/(1-\rho^2) \\
&= 2\sigma^2/(1-\rho)
\end{aligned}
$$

参考文献

藤本隆宏『生産マネジメント入門Ⅰ［生産システム編］』日本経済新聞社、2001年。
秋庭雅夫編『生産管理』日本規格協会、1980年。
村松林太郎『新版　生産管理の基礎』国元書房、1979年。