高崎経済大学論集　第46巻　第１号　2003　１頁～13頁

発展的な学習の可能性

── 分数の除法を中心として ──

池　野　正　晴

Possibilities of Fractional Division

── Enrichment Lessons on Reasons of Multiplying Reciprocal ──

Masaharu IKENO

Summary

The Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology has issued teaching guidelines for enrichment lessons and thus urged the concerned to implement out guidelines enforced with additional research. This article will examine the various possibilities of enrichment lessons, with particular focus on ones that engage students' thinking of "reasons of multiplying reciprocal of divisor as a calculation method" in dealing with fractional division.

Working out a computational method is an important factor in the process of learning principles regarding calculation. However, in reality it is more often the case to immediately teach to students the method without letting them first find the reason to employ the method of multiplying reciprocal, and as such the focus of a lesson is rather put on mastering and familiarizing with this technique. It is apt to look like only exercising calculations using multiplying reciprocal.

Even if a lesson deals with reasoning, it deals mostly with the reason of only one method and only very few cases of practice are observed in which students think over the reason and come up with their own computational principals. Hence, there is a strong necessity to shift to teachings that allow students to find and reach their own method first.

What one must be careful about is to avoid falling into a simple conventional operation of calculations however to involve specific images as much as possible in the process of understanding. Number lines and surface diagrams are quite effective in order to achieve that purpose. It is advisable to employ both in excess of two items and solutions or procedures by mathematical formulas in parallel to order to drive home the meaning of the lesson on the part of students.

I plan to introduce at least 2 different reasons for employing reciprocals in mathematical solutions in the entire series of lessons. Moreover, time allowing, I would like to proceed to let students cogitate other methods as enrichment lessons. Familiarizing them with many different types of methods will strengthen their thinking abilities.

This article demonstrates the possibilities to extend the learnings on reasons of multiplying reciprocal through four cases; including sharing division, recognizing a principle by reversing the standard, measurement division, and challenging a formula conversion to complex fraction without implementing charts.

[目次]

1　逆数をかける根拠を具体的に
2　等分除的除法で考える発展的な学習
3　基準を逆にすることで見える関係
4　包含除的除法の場面では
5　図を使わない繁分数の式変形への挑戦も

1　逆数をかける根拠を具体的に

文部科学省によって，学習指導要領の最低基準性[(1)]が唱えられ，それに基づき，小学校及び中学校における算数・数学と理科について発展的な学習についての指導資料（『個に応じた指導に関する指導資料――発展的な学習や補充的な学習の推進――』，平成14年）が公にされた。それを受け，学校現場では，「各学校の判断で学習指導要領に示していない内容を加えて指導することが可能」[(2)]となり，その実施・研究に拍車がかかっている状況である。指導資料では，特定の教科（算数・数学，理科）に限られているが，本来の趣旨に照らして考えれば，どの教科でもその可能性については考えていかなければならない問題である。

発展的な学習をどのように捉え，どのように展開していったらよいのか。また，それは，各教

科・科目によって，異なるのか同じなのか。具体的な教科・科目，具体的な指導内容，具体的な単元に即して，どのような発展的な学習が考えられるのか。これらについての実践・研究が待たれるところである。(3)

本稿は，その発展的な学習についての可能性をさぐり，具体的な指導内容にかかわって考察を試みるものである。特に，算数科教育における「分数のわり算」の学習（小学校６年生）での「計算方法として除数の逆数をかける根拠」を考えさせる発展的な学習に焦点づけて，その可能性について述べるものである。(4)

計算原理の学習では，「計算方法を創り出す」ことが重要である。しかし，現実には，逆数をかけることの根拠を考えさせるよりは，その方法を教え込む場面が多く，重点はその後の技能の習熟におかれることが多い。ややもすると，逆数をかける練習をしているだけのように見える授業場面も多々見受けられる。

逆数をかけるという根拠を扱う場合でも，ほとんど１つの方法を扱うだけである。しかも，子どもたち自身が考え，計算原理を生み出すという実践は非常に少ない。(5)

まずは，計算原理を考えさせ，自ら創り出させる指導に転換されるべきである。

意味理解の段階で，２種類の意味（等分除的除法，包含除的除法）について学習し，その後，計算方法について考える。具体的な問題としては，「$\frac{2}{3}$mの重さが$\frac{8}{15}$kgの棒がある。このとき，１mの棒の重さは何kgか。」などである。

子どもたちに算数する（Do Math）力をつけるためには，既習事項及び分数でわることの意味の理解に基づいて，分数のわり算の計算の仕方を子どもたち自身が創り出していくような指導を実現するようにしなければならない。

この際，注意すべきことは，数式の，単なる形式的な操作に陥ることなく，できるだけ具体的なイメージと結んで理解できるようにさせたいものである。そのためには，数直線や面積図が効果的である。それらと，数式を使った解き方・手順とをつないで実感・納得をもって理解できるようにすべきである。

全体の授業にあっては，逆数をかけることの根拠を，少なくとも２通りは扱いたい。そして，時間の許す限りにおいて，発展的な学習として，そのほかの方法についても考えさせる学習を仕組むようにしたい。いろいろな考え方に挑戦させることにより，考え方を鍛えることもできる。

本稿では，等分除的除法の場面の場合，基準を逆にすることで見える関係への着目，包含的除法の場面の場合，図を使わない繁分数の式変形への挑戦という，４つの場面を通しての発展的な学習の可能性について明らかにするものである。

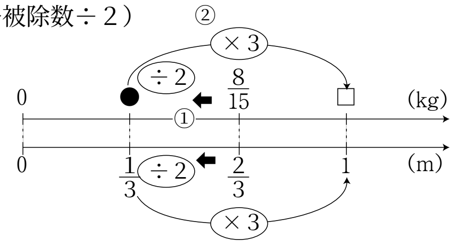
2　等分除的除法で考える発展的な学習

図とつないで具体的に考えさせるためには，等分除的除法の場面が有効である。

普通の授業では，だいたい次のような，１つの方法を扱うことが多い。$\frac{1}{3}$m分を出してから１m分を求める方法である。導入で，「÷単位分数」の場面を取り上げている場合には，この方法がすんなりと出てくるものと考えられる。現在使用が認められている教科書では，６社中４社のものが「÷単位分数」の場面を扱い，うち３社がこの方法を採用している。

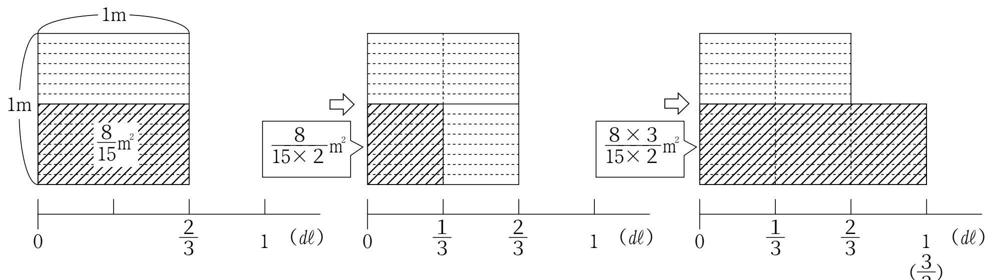
⑴　まず除数の単位分数分（$\frac{1}{3}$分）を求める方法（→被除数÷２）

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{8}{15}\underbrace{\div 2}_{\text{①}}\right)\underbrace{\times 3}_{\text{②}} = \frac{8\times 3}{15\times 2} = \frac{8}{15}\times\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} = \frac{4}{5}$$



面積図で考えた場合は，次のようになる。

※$\frac{2}{3}d\ell$のペンキで$\frac{8}{15}$m²塗れる場合の，１$d\ell$で塗れる面積を求める問題
（「$\frac{8}{15}$m²÷$\frac{2}{3}d\ell$」）

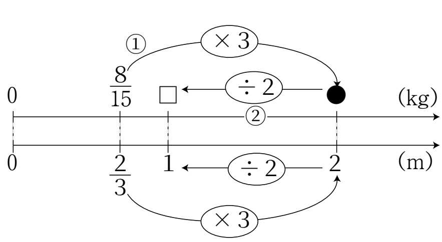


$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{8}{15}\div 2\times 3$$

場合によっては，①と②の手順を逆にした，次の方法が扱われることもある。２m分を出してから１m分を求める方法である。

⑵　$\frac{2}{3}$を２とする方法（→被除数×３）

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{8}{15}\underbrace{\times 3}_{\text{①}}\right)\underbrace{\div 2}_{\text{②}} = \frac{8\times 3}{15\times 2} = \frac{8}{15}\times\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} = \frac{4}{5}$$



少なくともこれら２つの方法は，最初の段階で扱いたい。

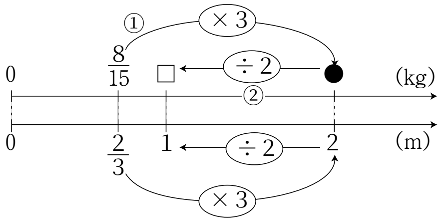
この発展として，そのほかの方法についても考えさせる学習を仕組むようにしたいものである。先の，どちらかの方法をここで扱う場合もありえる。いろいろな考え方に挑戦させることにより，

考え方を鍛えることもできるのである。

　だいたい次のような方法が考えられる。

⑶　除数を整数化する方法（両数に×３）

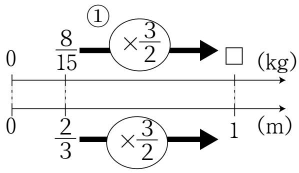
$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{8\overbrace{\times 3}^{\text{①}}}{15}\div\frac{2\overbrace{\times 3}^{\text{①}}}{3}=\frac{8\times 3}{15}\underbrace{\div 2}_{\text{②}}=\frac{8\times 3}{15\times 2}=\frac{8}{15}\boldsymbol{\times}\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}=\frac{4}{5}$$



※⑵と同じ考えとして，まとめることも可能

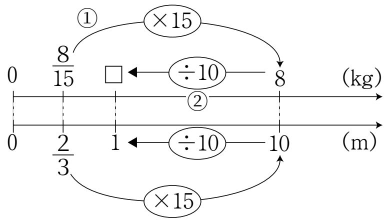
⑷　除数を１化する方法（両数に×$\frac{3}{2}$・除数の逆数）

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\left(\frac{8}{15}\underbrace{\times\frac{3}{2}}_{\text{①}}\right)\div\left(\frac{2}{3}\underbrace{\times\frac{3}{2}}_{\text{①}}\right)=\frac{8\times 3}{15\times 2}\div 1=\frac{8}{15}\boldsymbol{\times}\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}=\frac{4}{5}$$



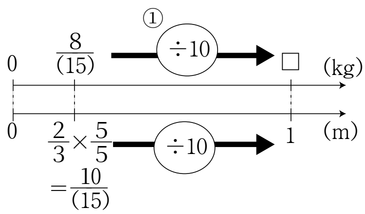
⑸　被除数・除数を整数化する方法（両数に×15・両分母の最小公倍数）

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\left(\frac{8}{15}\underbrace{\times 15}_{\text{①}}\right)\div\left(\frac{2}{3}\underbrace{\times 15}_{\text{①}}\right)=8\underbrace{\div 10}_{\text{②}}=\frac{4}{5}$$



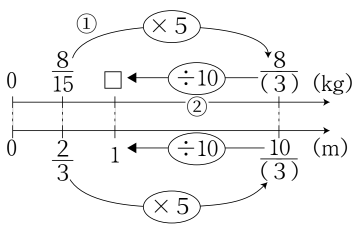
⑹　同分母化の方法（通分の考え・単位をそろえる）

①　$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{8}{15}\div\left(\frac{2\times 5}{3\times 5}\right)=\frac{8}{15}\div\frac{10}{15}=8\underbrace{\div 10}_{\text{①}}=\frac{4}{5}$



②　$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\left(\frac{8}{15}\underbrace{\times 5}_{\text{①}}\right)\div\left(\frac{2}{3}\underbrace{\times 5}_{\text{①}}\right)=\frac{8}{3}\div\frac{10}{3}$

$=8\underbrace{\div 10}_{\text{②}}=\frac{4}{5}$



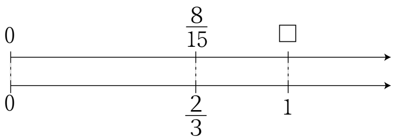
これらの考えは，「除法では，被除数と除数に同数を乗除しても，商は変わらない。」というわり算のきまりを使ったものでもある。（ただし，通分の考えによる，⑹の①の方法を除く）

⑸と⑹の方法は，逆数をかけることの根拠にはならないが，答えを求めることができる例として扱いたいものである。⑹の考えは，既習事項，すなわち小数のわり算などで培った「単位の考え」を活用・駆使して，$\frac{1}{15}$や$\frac{1}{3}$を単位として見て（それらの数で被除数と除数とをわり算して）計算しているものである。特に⑹に関しては，対応数直線とつないで説明することもできるが，少し分かりにくく，無理につなぐ必要もないと言える。

3　基準を逆にすることで見える関係

等分除的除法の場合，両者の関係を終末でつなげてみせることもできる。

この同じ場面が，基準の捉え方によってかけ算で求められる場合とわり算で求められる場合の２通りがあることが分かる。次の通りである。



$(\frac{2}{3})$　　(1)　⇨　$\square=\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}$

(1)　　$(\frac{3}{2})$　⇨　$\square=\frac{8}{15}\times\frac{3}{2}$

$\frac{2}{3}$のところを１と見なすことにより，$1\times\frac{3}{2}$で□にあたるところが$\frac{3}{2}$になる。□を求める式は，分数のかけ算で表されることになる。

このことから，次の等式が成り立つ。

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{8}{15}\times\boldsymbol{\frac{3}{2}} \qquad [(7)]$$

この関係からも，分数のわり算は除数部分を１にする（１化する）ということや除数を１にするためには除数の逆数をかければよいということ（⑷の方法）を押さえることも可能となる。

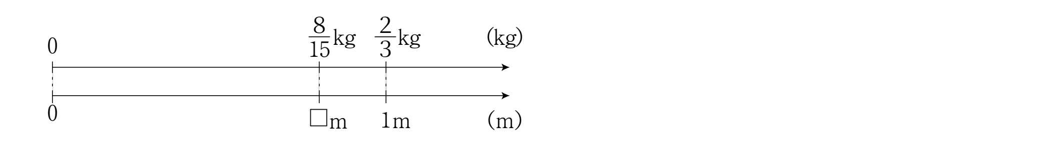
4　包含除的除法の場面では

時間が許せば，包含除的除法の場合について考えさせることもできる。しかし，図と手順とをつなぐことは等分除的除法の時ほど簡単ではない。(6)

具体的な場面としては，「１mの重さが$\frac{2}{3}$kgの棒がある。このとき，$\frac{8}{15}$kgの棒は何mと言えるか。」

などが考えられる。

この関係を数直線で表すと，次のようになる。（実は，この数直線に表す段階で，$\frac{8}{15}$と$\frac{2}{3}$の大小関係が問題となる。$\frac{8}{15}$を１mあたりの$\frac{2}{3}$の右側に置くか，左側に置くかに悩むところである。）



$\frac{8}{15}$のなかに$\frac{2}{3}$がどれだけあるかを見ようとするものである。

$\frac{8}{15}$を変形すると，次の通りである。

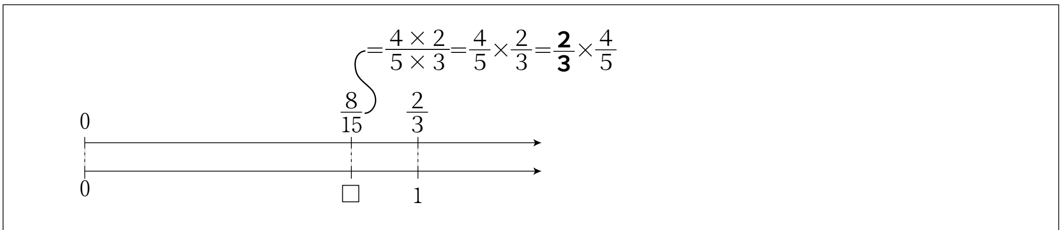
$$\frac{8}{15}=\frac{4\times2}{5\times3}=\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\times\frac{4}{5}$$

$\frac{2}{3}$の$\frac{4}{5}$倍であることから，$\frac{2}{3}$を基準量とみると，その$\frac{4}{5}$倍であることが分かる。

したがって，そのわり算式は，次のようになる。

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{2\times4}{3\times5}\div\frac{2}{3}=\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\times\frac{4}{5}\right)\div\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}=\left(\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}\right)\div\frac{2}{3}=\frac{4}{5}$$

対応数直線で表すと，次のようになる。



分母は分母同士，分子は分子同士でわるやり方

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{8\div\mathbf{2}}{15\div\mathbf{3}}=\frac{4}{5} \qquad [(8)]$$

は，この考えにつながっているのである。

しかし，図との対応はつくものの，このままでは逆数をかける関係は見えない。

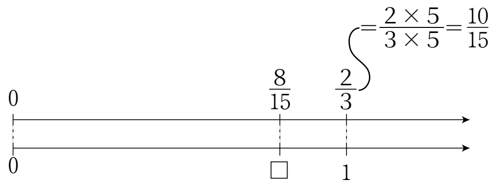
うまくわり切れない場合（例えば，$\frac{4}{7}\div\frac{3}{5}$の場合）でも，除数の分母と分子の最小公倍数分を被除数の分母，分子にかける（倍分）とできるようになる。言い換えると，被除数$\frac{4}{7}$を，大きさを変えないで，分子が３（除数の分子）でわり切れて，分母が５（除数の分母）でわり切れる同値分数にすることである。

$$\frac{4}{7}\div\frac{3}{5}=\frac{4\times3\times5\div3}{7\times3\times5\div5}=\frac{4\times5\times\mathbf{3\div3}}{7\times3\times\mathbf{5\div5}}=\frac{4\times5}{7\times3}=\frac{4}{7}\boldsymbol{\times\frac{5}{3}}$$ ［(9)］

しかも，この場合は，数式から逆数をかける関係が見える。ここから，逆数をかける関係を見えるようにするためには，先の例の場合［⑻］も，被除数$\frac{8}{15}$の分母，分子に「２×３」をかけるとよいことが分かる。

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{8\times2\times3\div2}{15\times2\times3\div3}=\frac{8\times3\times\mathbf{2\div2}}{15\times2\times\mathbf{3\div3}}=\frac{8\times3}{15\times2}=\frac{8}{15}\boldsymbol{\times\frac{3}{2}}$$ ［(10)］

包含除的除法の場合，同分母化（通分）の考えで求める方法もある。



$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{8}{15}\div\left(\frac{2\times5}{3\times5}\right)=\frac{8}{15}\div\frac{10}{15}=8\div10=\frac{4}{5}$$

$\frac{1}{15}$を単位とすると，８÷10として計算することができる。 ［(11)］

計算式だけを見ると，等分除的除法で考える学習のところで既述の，⑹の①と同じ形になる。

さらに，両分母をかけた数を分母にして通分する方法でやると，次のようになり，「×逆数」の関係が見える形に変形できる。

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{8\times3}{15\times3}\div\frac{2\times15}{3\times15}=\frac{8\times3}{45}\div\frac{2\times15}{45}=\left(\frac{1}{45}\times8\times3\right)\div\left(\frac{1}{45}\times2\times15\right)$$

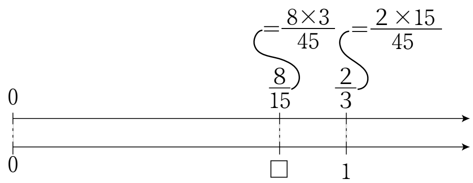
$$=\frac{\frac{1}{45}\times8\times3}{\frac{1}{45}\times2\times15}=\frac{8\times3}{2\times15}=\frac{8\times3}{15\times2}=\frac{8}{15}\boldsymbol{\times\frac{3}{2}}$$

⇧

※$\frac{1}{45}$を単位として見ると

［(12)］

対応数直線で表すと，次のようになる。



5　図を使わない繁分数の式変形への挑戦も

より高度な発展として，数直線や面積図を用いないで考えさせる方向も考えられる。

分数の被除数及び分数の除数をともに整数と見ることにより，繁分数（分子・分母に分数を含む分数）に表せるところから，その先の展開をわり算のきまりを使って考えるようにさせるとよい。式操作だけになるが，より高度な形として，できないわけではない。

分母を消そうとして直接その分母と等しい数値を「かけた」ところ以外は，かけ算の形のままに残しておくことがコツである。(7)

$$\frac{8}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{\frac{8}{15}}{\frac{2}{3}}=\frac{\frac{8}{15}\times 3}{\frac{2}{3}\times 3}=\frac{\frac{8\times 3}{15}}{2}=\frac{\frac{8\times 3}{15}\times 15}{2\times 15}=\frac{8\times 3}{2\times 15}=\frac{8\times 3}{15\times 2}=\frac{8}{15}\times\frac{3}{2}\quad[(13)]$$

（いけの　まさはる・本学経済学部教授）

［註］

⑴　文部科学省『個に応じた指導に関する指導資料――発展的な学習や補充的な学習の推進――（小学校算数編）』，教育出版，平成14年11月，p. ８。

⑵　同上。

⑶　算数科教育における，筆者の発展的な学習の捉え方については，拙稿「発展的な学習をめぐる若干の考察――算数科教育を中心として――」，『高崎経済大学論集』第45巻第４号，高崎経済大学経済学会，平成15年３月，pp. 99-111を参照。

⑷　この考察については，拙稿「算数科授業の教授学的検討――６年『分数のわり算』の指導――」，『高崎経済大学論集』第37巻第４号，高崎経済大学学会，平成７年３月，pp. 67-97が土台となっている。

⑸　教科書では，複数の考えを扱うものが増えてきた。また，１つの考え方でも，対応数直線と面積図の両方からその根拠を明確にする方向が多く採用されるようになってきた。

ちなみに，改訂学習指導要領に則った，2002年度より使用の教科書（小学校６年生）での取り扱いは次のようになっている。（2001年１月20日文部科学省検定済／2002年度，2003年度，2004年度使用）

分析項目／教科書	「分数÷整数」の学習はどこに設定されているか？	「分数÷分数」の計算式としての最初の式は？（計算の意味）	「分数÷分数」の計算の仕方はどの方法か？	除数の１化・（４）の方法と逆数との関連的な扱い	「整数÷分数」は「分数÷分数」より前か後か
大日本図書 ※６年下	※前の単元で， 分数÷整数 $\frac{4}{5}\div 2$ ⇨ $\frac{4}{5}\div 3$ （被除数の通分）	○ $\frac{2}{5}\div\frac{1}{4}$ ※等分除的 ※単位分数 ⇩ ○ $\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$ ※同じ場面	（１）対応数直線，面積図（×４） （１）対応数直線，面積図	なし	後（整数の分数表記で計算） $2\div\frac{3}{4}$

啓　林　館 ※6年下	※導入で， 分数÷整数 $\frac{3}{5}\div 2$ （面積図，除数の1化・×逆数）	○$\frac{3}{5}\div\frac{1}{3}$ ※等分除的 ※単位分数 ＊94年版と同 ⇩ ○$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}$ ※同じ場面	面積図 〔（1）的〕 （4）※両数に×3（1にする） （4）	あり ※ただし， 分数÷整数から	後（整数の分数表記で計算） $4\div\frac{2}{3}$
東京書籍 ※6年上	※導入で， 分数÷整数 $\frac{4}{5}\div 2$⇨ （面積図） $\frac{4}{5}\div 3$ （被除数の通分ー分母分子に除数と等しい数をかける） ＊分子同士でわる	○$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$ ※等分除的 ＊94年版と同	（1）対応数直線，（3）	あり ※「チャレンジ」欄で，（5），（4）	後（整数の分数表記で計算） $5\div\frac{2}{3}$
学校図書 ※6年下	※前単元で， 分数÷整数 $\frac{4}{5}\div 2$⇨ （面積図） $\frac{4}{5}\div 3$ （面積図，被除数の整数化，被除数の通分・$\frac{12}{15}$化）	○$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$ ※等分除的 ＊94年版と同	（1）対応数直線・面積図，（5）（×20）	なし	後（整数の分数表記で計算） $3\div\frac{2}{5}$
教育出版 ※6年下	※前の単元で， 分数÷整数 $\frac{4}{5}\div 3$ （面積図，対応数直線）	○$\frac{2}{5}\div\frac{1}{4}$ ※等分除的 ⇩ ○$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$ ※同じ場面 ＊94年版と同	（1）対応数直線・面積図（×4） （1）対応数直線・面積図	あり ※コラム欄で，（5），（3），（4） ※コラム欄で，（9）	後（整数の分数表記で計算） $2\div\frac{3}{7}$
大阪書籍 ※6年下	※前の単元で 分数÷整数 $\frac{3}{5}\div 2$ （被除数の通分・$\frac{6}{10}$化，被除数の整数化，面積図）	○$\frac{3}{8}\div\frac{1}{5}$ ※等分除的 ⇩ ○$\frac{3}{8}\div\frac{2}{5}$ ※同じ場面 ＊94年版と同	（1），（3），面積図 （1），（3），（6） 面積図	なし	後（整数の分数表記で計算） $2\div\frac{3}{4}$

各社の教科書で扱われている考え方として，上記で使用の番号（(1)，(2)等）は，本文で考えられる考え方として述べているものの番号と一致するものである。

問題設定は，すべて等分除的除法の場面であり，包含除的除法の場面のものは見られない。「÷単位分数」からの導入が，6社中4社となっている。また，「分数÷分数」の計算の仕方の説明には，1社を除き，各社教科書とも，(1)の，除数の単位分数分から求める方法・過程を採用している。また，(4)の，除数の1化の方法との関連で記述されているものは3社で見られる。（「逆数」の言葉はなし）

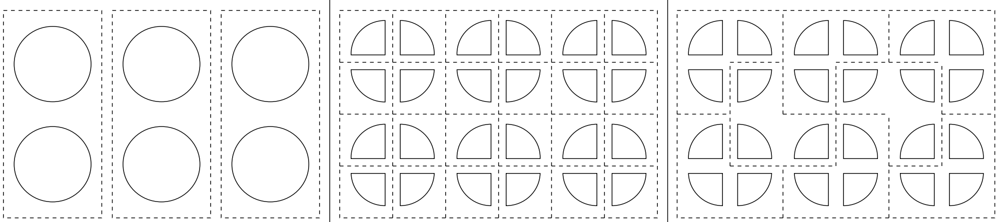
1994年度使用の教科書での取り扱いは次のようになっていた。

分析項目／教科書	「整数÷分数」は「分数÷分数」より前か後か（※）	「整数÷分数」の計算の仕方はどう説明しているか	「分数÷分数」の計算式としての最初の式は	「分数÷分数」の計算の仕方はどの方法か	除数の１化・（４）の方法と逆数との関連的な扱い
大日本図書	前（導入で） $5\div\frac{1}{3}$	分母をそろえ，単位分数をもとにして，「整数÷整数」で計算（包含除的なテープ図を併用）	$\frac{3}{5}\div\frac{4}{7}$	（１）	なし
啓　林　館	後 $4\div\frac{2}{3}$		$\frac{3}{5}\div\frac{1}{3}$（単位分数）	面積図 〔（1）的〕	なし
東京書籍	後 $5\div\frac{2}{3}$		$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$	面積図・（1）併用	あり ※コラム欄
学校図書	後 $4\div\frac{11}{3}$ $4\div\frac{2}{3}$		$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$	面積図・（1）併用	あり
教育出版	前（導入で） $7\div\frac{2}{3}$ 後 $2\div\frac{3}{7}$	対応数直線（1）併用	$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$	（1）・対応数直線併用	なし
大阪書籍	後 $2\div\frac{3}{4}$		$\frac{3}{8}\div\frac{2}{5}$	面積図・（1）併用	なし

比較して分かるように，今回改訂の各社教科書では，「分数÷分数」の学習の前に，「整数÷分数」を扱っているものはなくなった。以前は，２社の教科書で見られたものである。「整数÷分数」については，どの教科書でも，「分数÷分数」の後に位置づけられ，分数の特殊な形とみて，整数部分を分数化し，「分数÷分数」の計算方法に統合化する形で扱われている。

(6)　「整数÷分数」の問題で，ピザなどを実際に切り分ける場面として次のように取り扱っているものもある。横山験也作成の見せ方を「論より証拠」の見せ方として，各務滋「分数割り算のわかる教え方」，『アエラ』2003年３月10日号，朝日新聞社，平成15年３月，p.25で紹介されたものである。分数のわり算の式として取り上げている数式は，「$6\div\frac{1}{4}$」と「$6\div\frac{3}{4}$」である。（図については，筆者により簡略化）

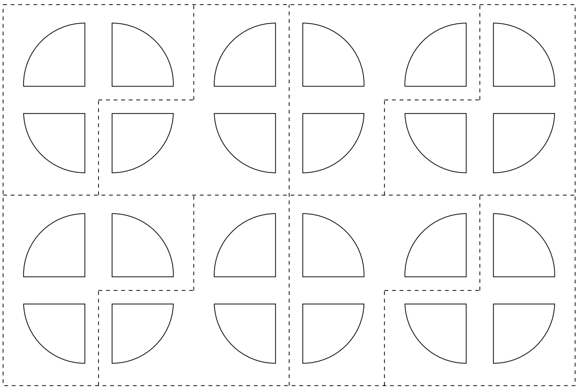
ピザが６枚ある。 １人２枚ずつあげると 何人に分けられるか？	１人 $\frac{1}{4}$ 枚ずつあげると？	では，ピザ６枚を１人に $\frac{3}{4}$ 枚ずつあげると何人に 分けられるか？
$6\div2$	$6\div\frac{1}{4}$	$6\div\frac{3}{4}$



３人。	24人。÷４は×４と同じになっている。	○まず１枚を４つに分ける（×４）。 ○次に３つずつの束にする（÷３）。 ○$6 \div \frac{3}{4} = 6 \times 4 \div 3$ $= 6 \times \frac{4}{3} = 8$人となる。

整数を除数の分母と同じ分母で表すよう通分（$\frac{24}{4}$）し，その分母による単位分数（$\frac{1}{4}$）をもとにしてみると，被除数の分子（整数(24)）÷除数の分子（整数(3)）となり，結果として，$6 \times 4 \div 3 = 6 \times \frac{4}{3}$の式は除数の逆数を「かけた」形と同じものになる。ただし，これは，「整数÷分数」で，商が整数（整商）の場合（整除される場合）に成り立つものである。

なお，最後の図の区切り方は，下のように順序よく分けていく方が分かりやすいものと考えられる。



ここでは，その他に教科書通りの教え方としての，面積図での考え（$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$）と小数のわり算のときと同じ形の数直線を使ったものが紹介されている。しかし，数直線の例については，詳細の記述や図は見られない。

(7)　その他に，タイル図で説明を試みるものもある。「$1\frac{1}{5}$ $d\ell$のペンキを，$2\frac{2}{3}$ m²の壁に，どこも同じように塗りました。１m²あたり何$d\ell$のペンキを塗りましたか」の問題の場合，式は，「$1\frac{1}{5} \div 2\frac{2}{3}$」となり，その計算方法は，次のようになる。（笠井一郎・西尾恒敬・畑野和子『算数大好きにする意味の授業26章』，あゆみ出版，1987年，pp. 167-174，及び数学教育協議会・銀林浩編『算数・数学なぜなぜ事典』，日本評論社，1993年，pp. 36-47を参照。）

（式）$1\frac{1}{5} \div 2\frac{2}{3} = \frac{6}{5} \div \frac{8}{3}$

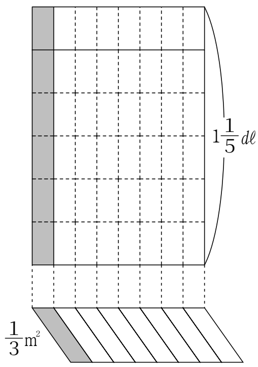
①　１m²あたりはすぐに求まらないので，まず，$\frac{1}{3}$m²あたりを求める。

$$1\frac{1}{5}d\ell = \frac{6}{5}d\ell \qquad 2\frac{2}{3}\text{m}^2 = \frac{8}{3}\text{m}^2 = \frac{1}{3}\text{m}^2 \times 8$$

$$\frac{6}{5}d\ell \div 8 = \frac{6}{5 \times 8}d\ell$$

②　１m²あたりは，これの３つ分である。

$$\frac{6}{5 \times 8} \times 3 = \frac{6 \times 3}{5 \times 8} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{8}$$



従って，$1\frac{1}{5} \div 2\frac{2}{3} = \frac{6}{5} \div \frac{8}{3} = \left(\frac{6}{5} \div 8\right) \times 3 = \left(\frac{6}{5} \times \frac{1}{8}\right) \times 3$

$$= \frac{6}{5 \times 8} \times \frac{3}{1} = \frac{6 \times 3}{5 \times 8} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{8}$$

考え方自体は，本文⑴の面積図と同じと言える。しかし，真分数は帯分数の特殊なもの（整数部分が０）という捉えから，「÷帯分数」で考えさせているところが特徴的なところである。また，除数を帯分数にすることにより，除数が真分数の場合の，１当たりの見えにくさやわり算結果としての商が被除数よりも大きくなることの弱点・問題をクリアしているとも言える。しかし，今回改訂・実施の学習指導要領では，「ここで扱う計算の範囲としては，帯分数を含む計算は取り扱わないものとする」（文部省＜現文部科学省＞『小学校学習指導要領解説・算数編』，東洋館，平成11年，pp. 163-164及びp. 153）という歯止め規定があり，帯分数を通してこの考えを扱うことは難しくなったと言える。